

ВЛИЯНИЕ БЛОЧНОГО ВИДА НА РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

INFLUENCE OF BLOCK PROCESSING ON THE RESULTS OF CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM

A. Shoberg
P. Babich
G. Shoberg

Summary. The continuous wavelet transform can be represented in various forms depending on the direction of processing the input data. This article explores a block-based approach to performing the continuous wavelet transform. The proposed solutions differ from traditional ones in their direction invariance. Expressions for calculating the continuous wavelet transform in different block forms based on a matrix approach have been developed. Transformations are considered based on the number of blocks and the direction of processing. The results of modeling are presented graphically. A comparison of the results of performing various types of transforms based on the developed expressions is conducted.

Keywords. continuous wavelet transform, blocks, decomposition, processing direction, invariance.

Шоберг Анатолий Германович

к.т.н, доцент, Тихоокеанский государственный университет (Хабаровск)
shoberg@rambler.ru

Бабич Полина Владимировна

Тихоокеанский государственный университет (Хабаровск)
2018100601@pnu.edu.ru

Шоберг Георгий Анатольевич

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
shoberg.g@gmail.com

Аннотация. Непрерывное вейвлет-преобразование может быть представлено в различных формах в зависимости от направления обработки входных данных. В статье рассматривается блочный подход к выполнению непрерывного вейвлет-преобразования. Предложенные решения отличаются от традиционных наличием инвариантности к направлению обработки. Разработаны выражения для расчета непрерывного вейвлет-преобразования в различных видах блочных форм на основе матричного подхода. Рассматриваются преобразования в зависимости от количества блоков и направления обработки. Представлены результаты моделирования в графической форме. Проведено сравнение результатов выполнения преобразований различных типов на основе разработанных выражений.

Ключевые слова: непрерывное вейвлет-преобразование, блоки, декомпозиция, направление обработки, инвариантность.

Введение

Вейвлет-анализ является одним из наиболее мощных, гибких и востребованных средств исследования и цифровой обработки сигналов. Такое преобразование сигнала выполняется с целью разделения его на компоненты. Каждая составляющая определяет меру присутствия в сигнале соответствующей базисной функции. Анализ сигнала определяет состав компонент в заданном базисе на основе прямого преобразования [1].

Кроме задач фильтрации, сжатия и анализа в базисе вейвлет-функций [1,2], преобразование позволяет решать задачи идентификации, моделирования, аппроксимации стационарных и нестационарных процессов и т.д.

Вейвлет-преобразование вносит в обработку сигналов дополнительную степень свободы, т.к. оно обладает способностью выделять из сигнала компоненты разного масштаба.

Вейвлет-преобразования широко применяются в изучении медико-биологических и других аспектов жизнедеятельности человека, например, для более качествен-

ного определения видов физической активности [3, 4], для распознавания эмоций на основе психологических данных [5], обработке и мн. др. Оно находит применение в астрофизике [6], биоин-форматике [7], обработке изображений для повышения качества увеличенных снимков [8] и т.д.

Постоянно осуществляются попытки внести улучшения в реализации преобразования: использование реального масштаба времени при высоком качестве при вычислительном анализе [9]; применение различных вейвлетов при комбинациях преобразований [10–13], что позволяет улучшить ряд получаемых характеристик. При этом важным элементом является вычислительная сложность алгоритмов [14].

В данной работе рассматривается методика получения различных вариантов выполнения непрерывного вейвлет-преобразования при отсутствии увеличения вычислительной сложности.

Деление набора данных на части

Основные свойства вейвлет-преобразования сигнала следующие. Это линейность, инвариантность относи-

тельного сдвига, коммутативность дифференцирования, инвариантность относительно растяжения (сжатия).

Здесь отсутствует инвариантность относительно направления обработки поступающих данных.

В пространственной области данные могут поступать в зависимости от размещения регистрирующего устройства.

Результат непрерывного (интегрального) вейвлет-преобразования $S_{\psi}(a,b)$ представляет собой скалярное произведение сигнала $s(t)$ и двухпараметрической вейвлет-функции ψ выбранного вида [1]. Интегральное вейвлет-преобразование представляет собой выражение, в котором присутствуют следующие коэффициенты: a — параметр временного масштаба, обратно пропорциональный частоте и отвечающий за ширину вейвлета; b — параметр сдвига, определяющий положение вейвлета на оси времени.

Примем результат выполнения преобразования в следующем виде

$$W = S_{\psi}(a,b) \tag{1}$$

При выполнении вычислений с учетом направления (выборки отсчетов) возможны два получаемых варианта:

W_F — от первого отсчета к последнему;
 W_R — от последнего к первому.

В общем случае результаты данных преобразований будут отличаться друг от друга, что определяется видом функции $S_{\psi}(a,b)$.

Здесь возможны варианты:

а) Блочное выполнение преобразования без изменения направления обработки от блока к блоку $W_{BL,F}$ приводит к следующему виду

$$W_{BL,F} = [W_{1,F'} W_{2,F'} \dots W_{n,F'}], \tag{2}$$

где $W_{1,F'} W_{2,F'} \dots W_{n,F'}$ — результаты преобразования для отдельных блоков, выполненные в направлении от начала к концу.

В случае использования обращенного набора исходных данных (от последнего измерения к первому, поблочно) результат блочного выполнения преобразования $W_{BL,W}$ приводит к следующему виду

$$W_{BL,W} = [W_{1,W'} W_{2,W'} \dots W_{n,W'}], \tag{3}$$

где $W_{1,W'} W_{2,W'} \dots W_{n,W'}$ — результаты преобразования для отдельных блоков, выполненные в направлении от кон-

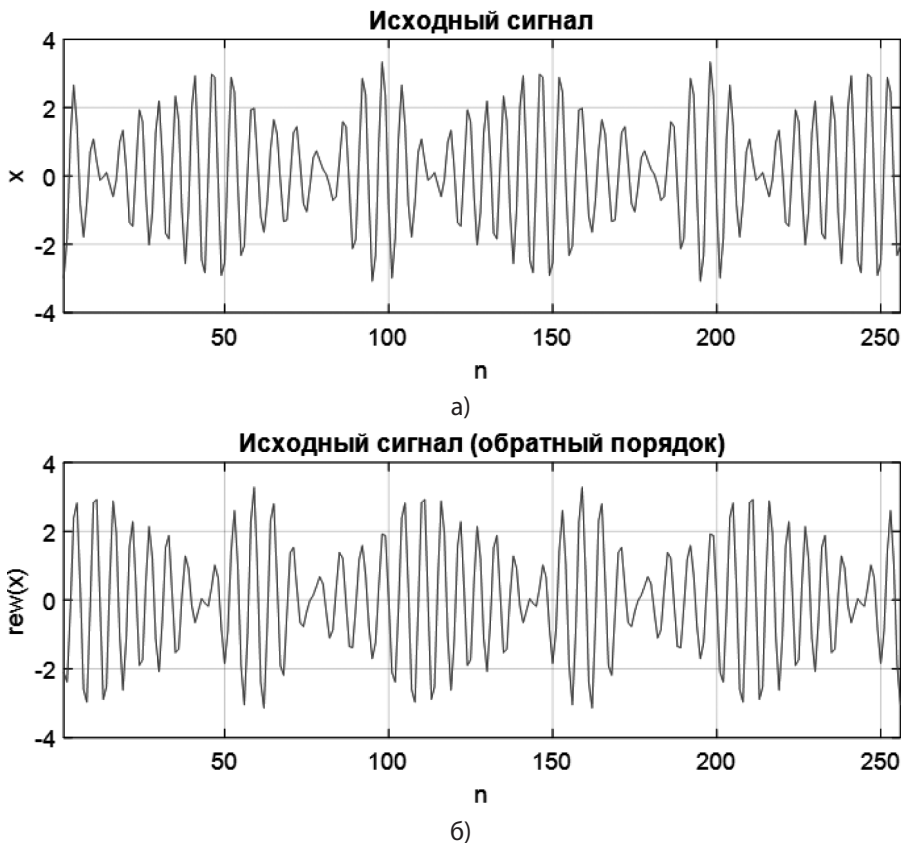


Рис. 1. Исходный сигнал и его обращенное во времени представление

ца к началу. При этом требуется размещать результаты в соответствии с (2).

Следует заметить, что в этом случае возможно, как наличие четного, так и наличие нечетного количества блоков.

б) Блочное преобразование с частичным изменением направления обработки.

Используя подход, предложенный в [15, 16] для быстрого вейвлет-преобразования, применим его для непрерывного вейвлет-преобразования.

Данный подход определяет наличие инвариантности к направлению обработки, что означает получение одинаковых амплитудных значений составляющих результатов преобразования.

Изменение направления обработки в каждом нечетном блоке

$$W_{S1,F} = [W_{1,R'} W_{2,F'} \dots W_{(n-1),R'} W_{n,F'}]. \quad (4)$$

Блоки делятся на 2 вида. Нечетные блоки (номера блоков начинаются с 1, совпадают с представленными в (3) и представляют собой результаты вейвлет-преобразования от обращенных во времени наборов входного сигнала. Четные блоки совпадают с такими же в выражении (2).

Изменение направления обработки в каждом четном блоке

$$W_{S2,F} = [W_{1,F'} W_{2,R'} \dots W_{(n-1),F'} W_{n,R'}]. \quad (5)$$

Выражения (4) и (5) обладают свойством инвариантности к амплитудным значениям результатов выполнения непрерывного вейвлет-преобразования.

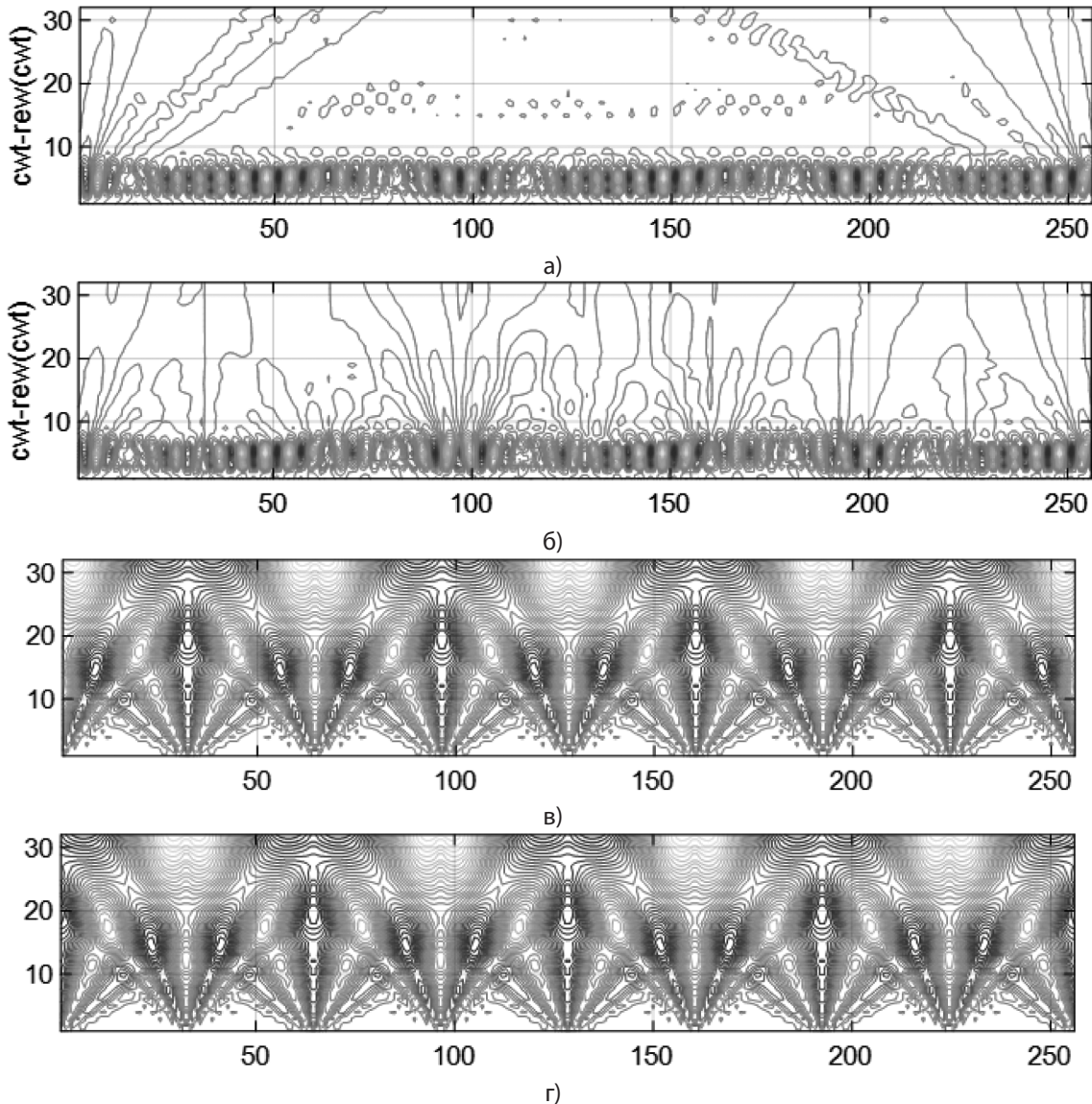


Рис. 2. Графические представления разностей между различными вариантами выполнения преобразований

В связи с тем, что разработанные выражения в явном виде не содержат равенств по отдельным блокам, размещенным в разных частях выражений, для доказательства применим моделирование.

Результаты моделирования

При моделировании генерировались тестовые сигналы, которые затем были подвержены многоуровневому преобразованию на основе различных вейвлетов. На Рис. 1 представлен пример исходного сигнала x (Рис. 1, а) и на (Рис. 1, б) представлен тот же сигнал с инверсным порядком отсчетов ($rew(x)$).

Он представляет собой гармонический сигнал с изменением частоты и амплитуды. Сигнал состоит из $n = 256$ отсчетов.

Для вейвлет-преобразования исходного сигнала производилось моделирование на основе разработанного программного обеспечения в системе математического моделирования Octave по выражениям (1) — (5).

Для измерения расстояния между результатами непрерывных вейвлет-преобразований для прямого и об-

ращенного наборов тестовых сигналов использовалась метрика Минковского. На Рис. 2 представлены графические представления разностей между различными вариантами выполнения преобразований.

На Рис. 2, а представлены отличия при выполнении непрерывного вейвлет-преобразования при расчетах для исходных данных в направлении начала к концу (cwt) и обращенных результатов преобразования от последнего к первому ($rew(cwt)$) для расчетов единым блоком по выражению (1). На Рис. 2, б представлено то же при разделении входного сигнала на 6 блоков при использовании выражений (2) и (3). На Рис. 2, в и Рис. 2, г отражены результаты при использовании выражений (4) и (5). Во всех случаях применялись вейвлеты Добеши длиной 20 элементов ($db10$). Дисперсия разностей для 1 случая равна 5.811, для 2 случая 5.231. В случаях 3 и 4 дисперсия равна $2.945 \cdot 10^{-7}$. Таким образом, выражения (4) и (5) позволяют снизить дисперсию до 7 порядков.

Кроме того, основной вклад в отличия вариантов преобразований (4) и (5) вносят краевые искажения, что особенно характерно для вейвлетов с большим количеством коэффициентов (Рис. 3).

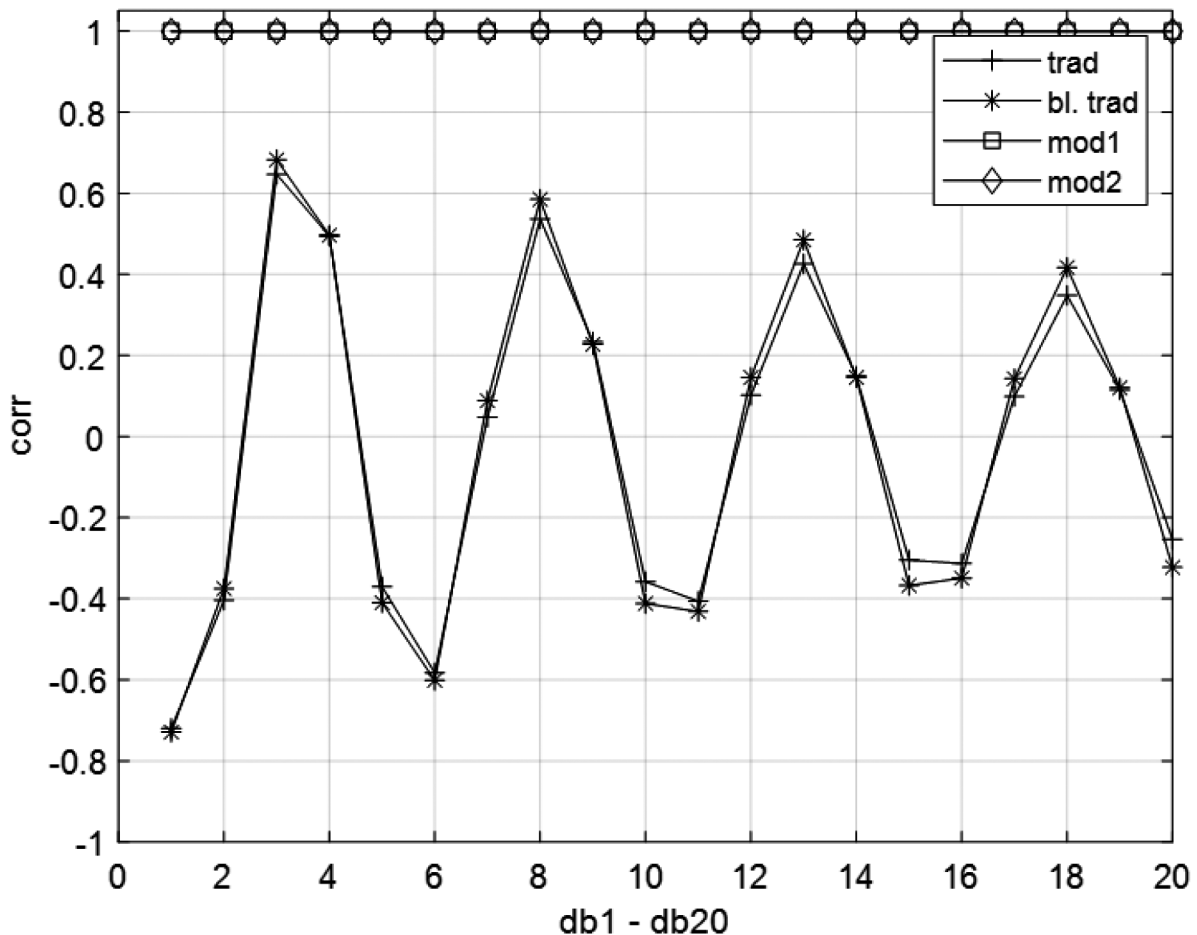


Рис. 3. Зависимости коэффициента корреляции от длины вейвлета

Диапазон амплитуд коэффициента взаимной корреляции «corr» при увеличении номера вейвлета уменьшается для (1) традиционного варианта преобразования «trad» и (2) традиционного блочного варианта преобразования «bl. trad». Для выражений (4) и (5), зависимости которых на Рис. 3 отмечены как «mod1» и «mod2», коэффициент взаимной корреляции практически равен 1, что подтверждает положение об инвариантности к направлению.

Данный эффект может быть использован для снижения количества вычислений при цифровой обработке сигналов на основе непрерывного вейвлет-преобразования.

Заключение

Предложены математические выражения выполнения вариантов непрерывного вейвлет-преобразования

на основе матричного представления. В основе рассмотрения лежит деление исходного набора данных на отдельные независимые блоки. В качестве формирующего блок выбрано прямоугольное окно.

Рассмотрены варианты выполнения преобразований: традиционный одним блоком; традиционный блочный до n блоков; два блочных вида с наличием инвариантности к направлению обработки. Предложены аналитические выражения для всех вариантов.

Вычислительная сложность при использовании всех рассмотренных и описанных видов непрерывного вейвлет-преобразования остается прежней, что позволяет использовать преобразования с наличием инвариантности для повышения эффективности разрабатываемых программных и аппаратных средств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Āuriš, V., Semenov, V.I., Chumarov, S.G. Application of Continuous Fast Wavelet Transform for Signal Processing. — London: Sciemcee Publishing, 1st edition. — 2021. — 181 p.
2. Addison P.S. The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance. — CRC Press. — 2017, 2nd edition. — 472 p.
3. Pavliuk O., Mishchuk M., Strauss C. Transfer Learning Approach for Human Activity Recognition Based on Continuous Wavelet Transform. // Algorithms — 2023, — 16(2):77 [Online] Available: <https://doi.org/10.3390/a16020077>
4. Abid M.H.; Nahid A.-A.; Islam M.R.; Parvez M.A. Human Activity Recognition Based on Wavelet-Based Features along with Feature Prioritization. // In Proceedings of the 2021 IEEE 6th International Conference on Computing, Communication and Automation (ICCCA), Arad, Romania, — 17–19 December 2021, pp. 933–939.
5. Jalal L.; Peer A. Emotion Recognition from Physiological Signals Using Continuous Wavelet Transform and Deep Learning. // In Proceedings of the HCI International 2022-Late Breaking Papers. Multimodality in Advanced Interaction Environments, Virtual Event. — 26 June–1 July 2022, pp. 88–99.
6. Wang Y., He P. Comparisons between fast algorithms for the continuous wavelet transform and applications in cosmology: the one-dimensional case. // RAS Techniques and Instruments. Published: 13 June 2023. Available: <https://doi.org/10.1093/rasti/rzad020>
7. Han R., Li Y., Gao X., & Wang S. An accurate and rapid continuous wavelet dynamic time warping algorithm for end-to-end mapping in ultra-long nanopore sequencing. // Bioinformatics. — 2018. — Vol. 34, — Issue 17, P. 722–731.
8. Moca V.V., Bârzan, H., Nagy-Dăbâcan, A., & Mureşan, R.C. Time-frequency super-resolution with superlets. // Nature Communication — 2021. — Vol. 12, — P. 1–18.
9. Arts L.P.A., van den Broek E.L. The fast continuous wavelet transformation (fCWT) for real-time, high-quality, noise-resistant time–frequency analysis. // Nature Computational Science. — 2022. — Vol. 2, — P. 47–58.
10. Wang Y., Yang, H.-Y., He P. Continuous Wavelet Analysis of Matter Clustering Using the Gaussian-derived Wavelet. // The Astrophysical Journal. — Vol. 934, — Num. 1, — P. 1–19.
11. Pandey C.P. & Phukan P. Continuous and discrete wavelet transforms associated with Hermite transform / International Journal of Analysis and Applications. — 2020. — Vol. 18, — No. 4. — P. 531–549.
12. Pandey C.P. & Saikia J. The Continuous Wavelet Transform for a q-Bessel Type Operator // International Journal of Analysis and Applications. — 2022. — Vol. 20, — P. 1–19 (2022).
13. Prasada A. & Ansaria Z.A. The Composition of Linear Canonical Wavelet Transforms on Generalized Function Spaces. — 2020. — Available at: <http://www.pmf.ni.ac.rs/filomat>. — doi:10.2298/FIL2012123P
14. Muñoz-Barrutia, A., Ertlé, R., & Unser, M. Continuous Wavelet Transform with Arbitrary Scales and $O(N)$ Complexity. // Signal Processing — 2002, — Vol. 82(5), — P. 749–757.
15. Shoberg A.G., Shoberg K.A. Influence of execution of orthogonal block transform types and results of comparison // International Conference «Information Technologies in Business and Industry», Journal of Physics: Conference Series. — 2018. — Vol. 1015. — P. 1–4.
16. Shoberg A.G., Shoberg K.A. A data representation based on block wavelet transform in modified form // International multi-conference on industrial engineering and modern technologies (FarEastCon). — 2018. — P. 1–4.

© Шоберг Анатолий Германович (shoberg@rambler.ru); Бабиц Полина Владимировна (2018100601@pnu.edu.ru);

Шоберг Георгий Анатольевич (shoberg.g@gmail.com)

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»