АДАПТИВНОЕ СПЛАЙНОВОЕ МНОГОМАСШТАБНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ СЖАТИЯ ГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Колганова Е.О.,
к.т.н., Национальный авиационный университет (г. Киев)
vnshutko@mail.ru
Савченко А.В.,
Национальный авиационный университет (г. Киев)
savskiev@gmail.com
Ковтонюк И.Е.,
Национальный авиационный университет (г. Киев)

Аннотация. Статья посвящена разработке многомасштабного анализа с использованием сплайна в качестве базисной функции. Предложен алгоритм сжатия графических данных с адаптивным расчетом детализирующих коэффициентов. Проведена оценка его преимуществ и перспектив использования.

Ключевые слова: сплайн, адаптивное многомасштабное сплайн-преобразование, сжатие изображений.

MULTISCALE ADAPTIVE SPLINE TRANSFORMATION IN THE TASK OF COMPRESSING IMAGE DATA

Kolganova E.,
Ph.D., National aviation university (Kiev)
Savchenko A.,
National aviation university (Kiev)
Kovtonyuk I.,
National aviation university (Kiev)

Abstract. The article is devoted to the development of multi-scale analysis using a spline as the basis function. The algorithm of image data compression with the adaptive calculation of the detailing coefficients is proposed. The estimation of its advantages and prospects of use was conducted.

Keywords: spline, adaptive multi-scale spline transformation, image compression.

Введение. Современные популярные фото- и видеостандарты MPEG4, DivX 5.x, JPEG, JPEG2000 обязательно применяют сжатие графики. Основной операцией при сжатии с потерями является дискретное косинусное преобразование в алгоритме JPEG, или вейвлет-преобразование в JPEG2000. Вейвлет-обработка сигналов обеспечивает возможность достаточно эффективного сжатия сигналов и данных, их восстановление с малыми потерями качества, а также решение задач фильтрации сигналов. В статье предлагается применять сплайновое многомасштабное преобразование.

Анализ последних исследований и публикаций. В литературе [1,2,3,4,5], посвященной методам сжатия графических данных, предлагается многомасштабный анализ в контексте вейвлет-преобразований и использования пирамидного представления сигнала.

Одна из главных и плодотворных идей вейвлетного представления сигналов на разных уровнях декомпозиции (разложения) заключается в разделении функций приближения к сигналу на две группы: аппроксимирующую − грубую, с достаточно медленной временной динамикой изменений, и детализирующую − с локальной и быстрой динамикой изменений на фоне плавной динамики, с последующим их дроблением и детализацией на других уровнях декомпозиции сигналов (кратномасштабный или многомасштабный анализ).

Постановка задачи. Теоретические основы построения многомасштабного вейвлет-анализа дают возможность использовать схему пирамидного представления сигналов и для сплайн-анализа.

Перспективным является сочетание многомасштабного анализа (МА) и сплайн-функций, которые используются для восстановления дискретной информации. Сплайны в ряде ситуаций имеют лучшие аппроксимационные свойства, которые обеспечивают минимально возможную при данной размерности погрешность. При их применении существенно уменьшается объем вычислений. В разработку сплайнов существенный вклад внесли: Дж. Алберг, Е. Нильсон, С.Б. Стечкин, Ю.Субботин, Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, М.П. Корнийчук и др.

Так как сплайны − кусочно-полиномиальные функции, то они легко могут быть использованы при вычислениях. Действительно, алгоритмы для графического изображения кривых с помощью сплайнов и для вычисления их полиномиальных составляющих чрезвычайно эффективны [2]. Более того, так как сплайны имеют наименьший возможный носитель, то могут применяться схемы локальной интерполяции для аппроксимации функций в $C \bigcap L^2(\mathbf{R})$ с использованием любого сплайн-подпространства.

Сплайновый многомасштабный анализ

Рассмотрим процедуру построения сплайна. Пусть на отрезке $[a,b]$ в точках $X = \{x_i\}_{i=1}^{N}$ заданы значения $Y = \{y_i\}_{i=1}^{N}$ некоторой гладкой функции (рис. 1). Нужно найти сетку $\Delta_r = \left\{\tilde{x}_j\right\}_{j=0}^{r} \left(r < N\right)$, на которой можно построить сплайн $S(x) \in C_{[a,b]}^{k}$, $k = 1, 2, \ldots$, имеющий непрерывные производные до k-го порядка включительно. Согласно постановке задачи сетки Δ_N и Δ_r не совпадают, то есть на каждом участке сетки Δ_r может находиться несколько наблюдений, которые и будут определять поведение искомой зависимости. Оценки ординат точек «склейки» участков сплайна (элементы матрицы $\hat{A}$) находятся по формуле: $\hat{a}_i = \sum_{j=0}^{r} C_{ij}^{-1} b_j, i = \overline{0, r}$.

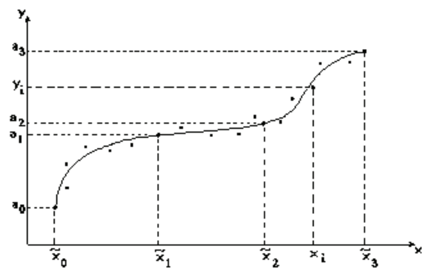

Рис. 1. Пример гладкой функции

Значение эрмитовых кубического сплайна в произвольной точке $x \in \left[\tilde{x}_{j-1}, \tilde{x}_j\right]$, $j = \overline{1, r}$, определяется по формуле:

$$S_3(x_i) = \hat{a}_{j-2}\,{}^{1}X_{ij} + \hat{a}_{j-1}\,{}^{2}X_{ij} + \hat{a}_{j}\,{}^{3}X_{ij} + \hat{a}_{j+1}\,{}^{4}X_{ij},$$

$$i = \overline{1 + m_{j-1}, m_j},\ j = \overline{1, r},\ a_{-1} = a_{r+1} = 0. \qquad (1)$$

Точность приближения искомой зависимости с помощью выбранного сплайна основана на минимуме суммы квадратов отклонений ординат точек наблюдений от найденной зависимости.

$$d = \sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1+m_{j-1}}^{m_j} \left[y_i - S_3(x_i)\right]^2$$

Подробнее эта процедура описана в литературе [6, 7].

Рассмотрим алгоритм сплайнового многомасштабного разложения.

Пусть исходные данные представлены N дискретными отсчетами. С помощью аппроксимации сплайном по формулам (1) находим исходную функцию $f(t)$ (рис. 2).

Рассмотрим сначала пример сплайн-разложения с кратностью 2. Первым шагом будет прореживание узлов “склейки” сплайна в два раза, то есть будем иметь $N/2$ узлов. Аппроксимация значений функции в этих $N/2$ узлов даст похожую функцию, но, конечно с некоторыми погрешностями.

Для сохранения информации о погрешности находим разницы между значениями начальной и новой функции в N узлах. Часть таких разностей будет достаточно мала, чтобы можно было ими пренебречь. То есть нужно установить порог, ниже которого значения

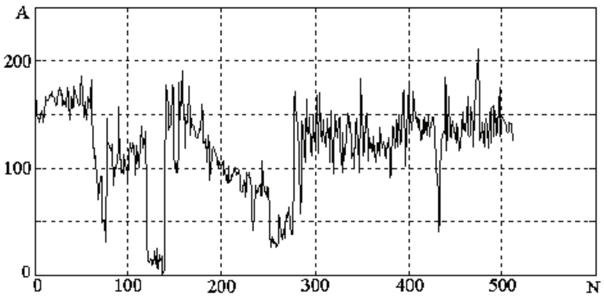

Рис. 2. Обрабатываемый сигнал.

разностей принимаются равными нулю. Количество значимых (т.е. ненулевых) детализирующих коэффициентов первого уровня обозначим $\det_1$. Тогда результатом первого шага прореживания будет $N/2+\det_1$ значений, которые нужно сохранять для возможного восстановления первоначальной функции (рис. 3).

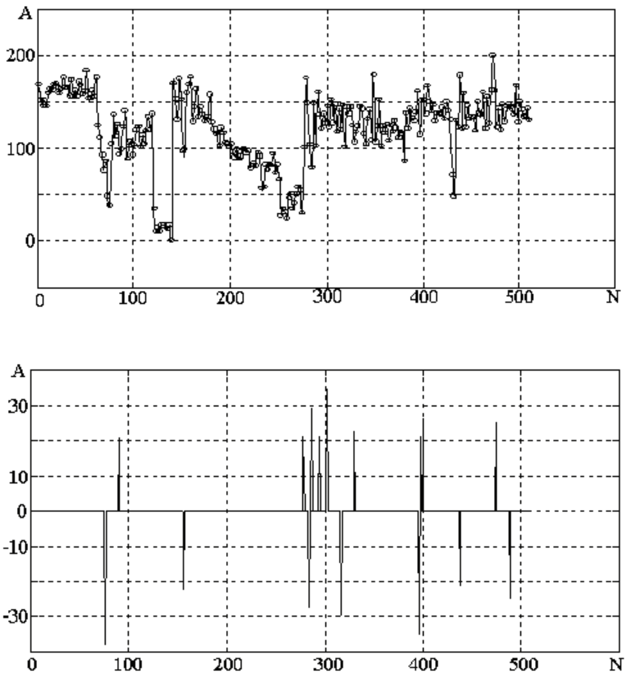

Рис. 3. Сплайн-аппроксимация сигнала и детализирующие коэффициенты после первого шага.

Второй шаг. Опять аналогично прореживаются узлы склейки сплайна, полученного после первого шага. Тогда вместо $N/2$ значений будем иметь $N/4+\det_2$. И соответственно после второго шага имеем для хранения $N/4+\det_2+\det_1$ коэффициентов (рис. 4).

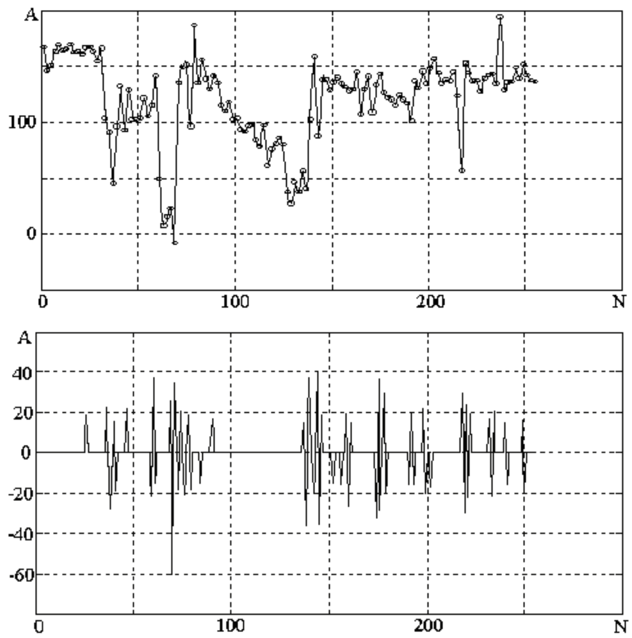

Рис. 4. Сплайн-аппроксимация сигнала и детализирующие коэффициенты после второго шага.

Соответственно третий шаг даст $N/8+\det_3+\det_2+\det_1$ значений (рис. 5).

После любого шага мы можем сразу же восстановить исходные данные. Конечно, с увеличением количества шагов погрешность будет накапливаться.

Нетрудно увидеть, что аналогично приведенному алгоритму можно построить алгоритм с другой кратностью. Большим преимуществом является то, что такая процедура позволяет изменять кратность шаг от шага (например, можно при каждом шаге кратность уменьшать).

Рассмотрим метод адаптивного сжатия. Пусть исходные данные представлены *N* дискретными отсчетами. С помощью аппроксимации сплайном по формулам (1) находим исходную функцию.

Адаптивный алгоритм сжатия содержит следующие шаги:

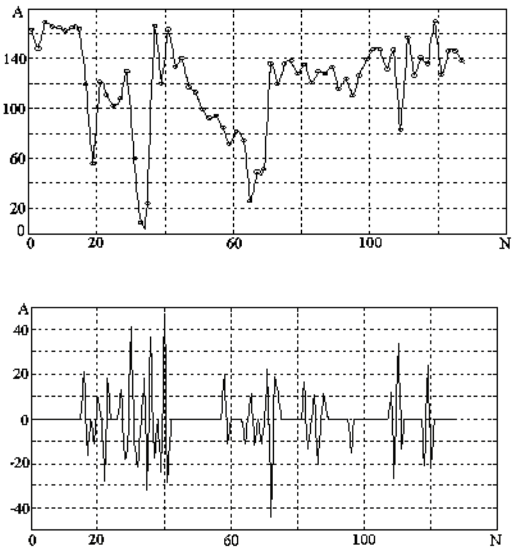

Рис. 5. Сплайн-аппроксимация сигнала и детализирующие коэффициенты после третьего шага.

1. Прореживание узлов “склейки” сплайна в два раза, то есть получим $N/2$ узлов. Проводим эту операцию для всех *n* строк.

2. Повторяем такую процедуру по всем *n* столбцам. То есть количество элементов матрицы уменьшается от N^2 до $N^2/4$. Сплайн строится так, чтобы сумма квадратов отклонений сплайна от аппроксимированных точек была минимальной.

3. Опять аналогично прореживаются данные, полученные после первого шага. Теперь вместо $N^2/4$ значений получим $N^2/16$ коэффициентов.

4. Соответственно третий шаг даст $N^2/64$ значений.

5. Восстанавливаем матрицу второго уровня ($N^2/16$ коэффициентов) интерполяцией $N^2/64$ элементов. Для сохранения информации находим разницы между значениями сжатой и восстановленной матриц. Значительная часть таких различий будет достаточно мала, чтобы можно было ими пренебречь.

6. Устанавливается порог, ниже которого значение разностей принимаются равными нулю. Количество значимых (т.е. ненулевых) детализирующих коэффициентов первого уровня обозначим $\det_3$.

7. Рассчитываем матрицу первого уровня сжатия с помощью интерполяции $N^2/16$ значений. Она будет отличаться от матрицы, полученной при сжатии на втором шаге. Это обусловлено теми погрешностями, которые вносятся обнулением малых коэффициентов $\det_3$. Затем они переносятся на значения коэффициентов в узлах склейки сплайна и на восстановленные данные после интерполяции.

8. Находим разности значений матриц, найденной в п. 2, и восстановленной в каждой из $N^2/4$ точек. Это будут значения детализирующих коэффициентов с учетом коррекции погрешности, обозначим их $\det_{2k}$.

9. Устанавливаем начальный сигнал с помощью интерполяции сплайном $N^2/4$ значений матрицы, восстановленной в п.7.

10. Аналогично п.8 рассчитываем откорректированные коэффициенты детализации в $N \times N$ точках, обозначим $\det_{1k}$.

11. Для хранения остаются $N^2/64$ значения функции в узлах склейки сплайна, детализирующие коэффициенты $\det_3$, и адаптированные к этой функции $\det_{2k}$ и $\det_{1k}$: $N^2/64 + \det_3 + \det_{2k} + \det_{1k}$. Общее количество значений, которые будут храниться в памяти: $\frac{N^2}{64} + \frac{N^2}{16} + \frac{N^2}{4} + N^2$. Но поскольку большинство детализирующих коэффициентов равны нулю, то на самом деле хранение весомых данных требует гораздо меньше памяти.

Для восстановления сигнала нужно хранить узлы склейки последнего слоя преобразования и ненулевые отсчеты детализирующих коэффициентов.

Коррекция детализирующих коэффициентов в п.п. 8 и 10 позволяет «подстраивать» их для конкретного примера функции (или дискретных данных) с целью минимизации погрешности, т.е. происходит адаптация алгоритма к определенному примеру. Поэтому такое сжатие названо «адаптивным».

Выводы. В статье разработано адаптивное двумерное сплайновое многомасштабное преобразование, которое применяется для сжатия разностной и яркостных компонент цветного изображения. Указанный подход позволяет варьировать алгоритм в широких пределах подбирая его параметры под каждый тип сигналов так, чтобы результат был наилучшим.

Кроме того, при применении сплайнов существенно уменьшается объем вычислений. Ведь это − простые функции с малым носителем, которые наиболее эффективны как при их программной, так и технической реализации.

Алгоритмы сжатия графических данных, построенные на основе разработанного сплайнового многомасштабного анализа с адаптивным расчетом детализирующих коэффициентов, дают возможность улучшить качество восстановленных изображений или увеличить коэффициент сжатия при том же качестве на 5-15%.

Проведенный сравнительный анализ показал, что предложенный алгоритм позволяет уменьшить время основной операции декомпрессии на 30-40%, по сравнению с самой «быстрой» сегодня технологией JPEG, поэтому они могут успешно применяться для интернет-систем передачи фото-, видеоинформации в режиме on-line.

Список литературы

1. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – М: РХД, 2001. – 464 с.
2. Чуи К. Введение в вейвлеты. – М.: «Мир», 2001.– 412 с.
3. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике.– М.: Солон-Р, 2002.– 440 с.
4. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. / Д. Ватолин, А. Ратушняк, М. Смирнов, В. Юкин. – М.: "Диалог-МИФИ", 2002. – 381 с.
5. Рудаков П.И., Сафонов И.В. Обработка сигналов и изображений. MATLAB 5x. – М.: "Диалог-МИФИ", 2000. – 413 с.
6. Шутко М.О., Шутко В.М., Колганова О.О. Сплайновий багатомасштабний аналіз // Вісник Інженерної академії – К.: ДП "Друкарня МВС України", 2008.– №1. – С. 207-214.
7. Колганова О.О. Метод зберігання та передачі графічної інформації у базах даних на основі сплайнового багатомасштабного розкладу: Автореф. дис. канд.техн.наук: 01.05.03 / НАУ. – К., 2009. – 20 с.