

ИССЛЕДОВАНИЕ БЫСТРОРЕЛАКСИРУЮЩИХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ, ВЫЗЫВАЕМЫХ СВЕРХКОРОТКИМИ ИМПУЛЬСАМИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ¹

RESEARCH ON FAST RELAXING TEMPERATURE EXCITATIONS CAUSED BY ULTRASHORT LASER PULSES

A. Eremin

Аннотация. By using a modified Fourier law's formula which considers the relaxation of heat flow and temperature gradient, a mathematical model of local non-equilibrium process of plate heating by ultra short laser pulses modeled by a time-variable second-class boundary condition (heat flow is the step time function) taking into account its local non-equilibrium was developed. Numerical studies of the model showed that consideration of local non-equilibrium of the heat exchange process results in a delay in setting boundary conditions (irrespective of their type) due to the resistance caused by the medium studied to the process of heat propagation. Consideration of local non-equilibrium of the pulsed second-class boundary condition results in the smoothing of temperature jumps in the surface layer of the plate. The depth of the heated layer for each heat flow power has a definite value that remains constant over time.

Ключевые слова: boundary problem, locally non-equilibrium heat exchange, pulsed heat flow, heat flow relaxation, relaxation coefficients, numerical solution, analytical solution.

Еремин Антон Владимирович

К.т.н., доцент, ФГБОУ ВО «Самарский
государственный технический университет»
a.v.eremin@list.ru

Аннотация. используя модифицированную формулу закона Фурье, в которой выполнена релаксация теплового потока и градиента температуры, разработана математическая модель локально-неравновесного нагрева пластины сверхкороткими лазерными импульсами, моделируемыми переменным во времени граничным условием второго рода (тепловой поток — ступенчатая функция времени) с учётом его локальной неравновесности. Численные исследования модели показали, что учёт локальной неравновесности процесса теплообмена приводит к задержке времени установления граничных условий (независимо от их рода) ввиду сопротивления исследуемой среды процессу распространения теплоты. Учёт локальной неравновесности импульсного граничного условия второго рода приводит к сглаживанию скачков температуры в поверхностном слое пластины. Глубина прогреваемого слоя для каждой мощности теплового потока имеет определённую величину, неизменную во времени.

Ключевые слова: краевая задача, локально-неравновесный теплообмен, импульсный тепловой поток, релаксация теплового потока, коэффициенты релаксации, численное решение, аналитическое решение.

Современные лазерные установки позволяют получать изменяемые по частоте лазерные импульсы фемтосекундной длительности (до 10^{-15} с что приводит к возникновению в исследуемой конструкции сильно неравновесных состояний быстро релаксирующих температурных возбуждений (время релаксации 10^{-11} — 10^{-14} с). Однако классические модели теплообмена, включающие параболические уравнения, не учитывают релаксационные явления [1–8]. Известно, что они основаны на принципе локального термодинамического равновесия, согласно которому в любом малом элементе среды предполагается наличие локального теплового равновесия, тогда как в системе в целом наблюдаются градиенты потенциалов исследуемых температур [1, 3]. Такое состояние можно допустить лишь в случае, если скорость релаксации системы к локальному равнове-

сию значительно больше скорости нарушения равновесия, вызванного граничными условиями. Реализация такого принципа связана с использованием при выводе параболического уравнения теплопроводности формулы закона Фурье

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

в которой градиент температуры ($\frac{\partial T}{\partial x}$) и тепловой поток q не разделены во времени (q — тепловой поток; T — температура; x — координата; t — время; λ — коэффициент теплопроводности). Из этой формулы следует, что любое изменение градиента температуры приводит к мгновенному изменению теплового потока. В связи с чем, в математических моделях, использующих принцип локального равновесия, оказывается заложен-

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) в рамках научного проекта № 18-38-00029 мол_а.

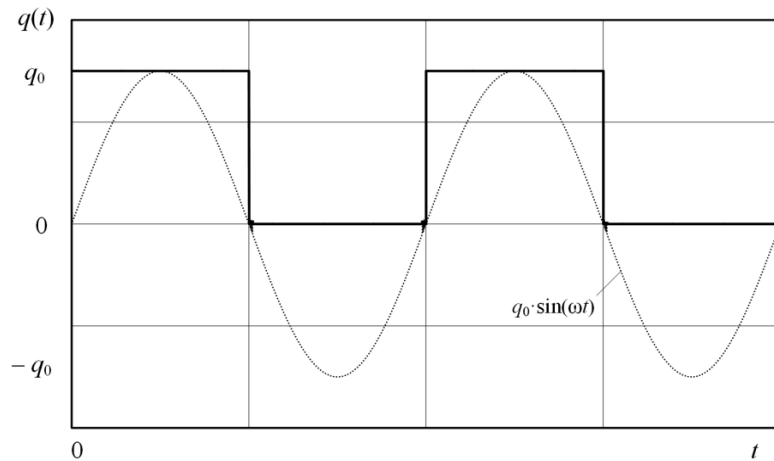


Рис.1. Изменение теплового потока во времени

ной бесконечная скорость распространения теплоты, что не может наблюдаться в реальных физических процессах. Поэтому такие модели могут быть адекватны реальным физическим процессам лишь в определенном диапазоне пространственно — временных переменных [1–12]. Известно, что математические модели, основанные на параболических уравнениях, неадекватно описывают все процессы, время протекания которых сопоставимо со временем релаксации, а также любые другие тепловые процессы, рассматриваемые при сверхмалых значениях временной переменной, длительность которых сопоставима со временем релаксации.

Учитывая, что воздействие импульсного лазерного излучения является кратковременным, то неучёт локальной неравновесности теплообмена может приводить к существенному отличию получаемых параметров от их действительных значений. Для вывода дифференциального уравнения теплопроводности с учетом локальной неравновесности модифицируем формулу (1) так, чтобы в ней было учтено ускорение во времени как теплового потока, так и скалярной величины градиента температуры [8]

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \tau_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial t} \right) - \tau_1 \frac{\partial q}{\partial t}, \quad (2)$$

где τ_1 — время релаксации.

Подставляя (2) в уравнение теплового баланса

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

находим

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda \tau_1 \frac{\partial^3 T}{\partial x^2 \partial t} + \tau_1 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial q}{\partial x} \right), \quad (4)$$

где ρ — плотность; c — теплоемкость.

Выражая $\partial q / \partial x$ из (3), и подставляя в (4), получаем

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \tau_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \tau_1 \frac{\partial^3 T}{\partial x^2 \partial t} \right), \quad (5)$$

где $a = \lambda / c\rho$ — коэффициент температуропроводности.

Очевидно, что при $\tau_1 = 0$ уравнение (5) приводится к классическому параболическому уравнению теплопроводности.

Найдем решение уравнения (5) при следующих краевых условиях

$$T(x, 0) = T_0; \quad (6)$$

$$\partial T(x, 0) / \partial t = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial T(\delta, t)}{\partial x} = 0; \quad (8)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} + \tau_1 \frac{\partial^2 T(0, t)}{\partial x \partial t} \right) = q(t) + \tau_1 \frac{\partial q(t)}{\partial t}, \quad (9)$$

где δ — толщина пластины; T_0 — начальная температура; $q(t) = q_0 \sin(\omega t)$ — изменяющийся во времени тепловой поток. При воздействии лазерного излучения на поверхность твердого тела формула для теплового потока $q(t)$ может быть представлена в виде ступенчатой (разрывной) периодической функции [13, 14] (рис. 1)

$$q(t) = \begin{cases} q_0, & \sin(\omega t) \geq 0; \\ 0, & \sin(\omega t) < 0. \end{cases} \quad (10)$$

где q_0 — амплитуда колебаний теплового потока, характеризующая мощность источника теплоты; ω — круговая частота.

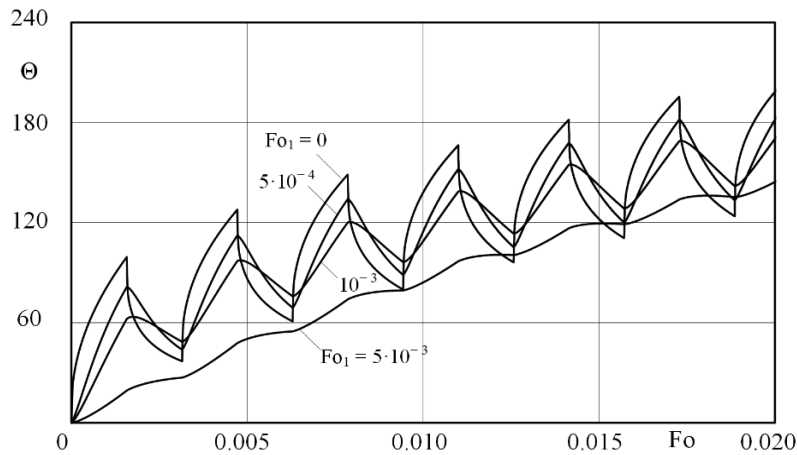


Рис. 2. Изменение температуры во времени на поверхности пластины ($Ki = 2000$; $Pd = 2000$; $z = 10^5$)

Введем следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_0}; \quad Fo = \frac{at}{\delta^2}; \quad \xi = \frac{x}{\delta}; \quad Fo_1 = \frac{a\tau_1}{\delta^2};$$

$$Ki = \frac{q_0 \delta}{\lambda T_0}; \quad Pd = \frac{\omega \delta^2}{a}, \quad (11)$$

где Θ , Fo , ξ — соответственно безразмерные температура, время, координата; Fo_1 — безразмерный коэффициент релаксации; Ki — критерий Кирпичева; Pd — критерий Предводителява.

С учётом (11) задача (5) — (9) приводится к виду

$$\frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo} + Fo_1 \frac{\partial^2 \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo^2} =$$

$$= \frac{\partial^2 \Theta(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} + Fo_1 \frac{\partial^3 \Theta(\xi, Fo)}{\partial \xi^2 \partial Fo}; \quad (12)$$

$$(Fo > 0; \quad 0 < \xi < 1);$$

$$\Theta(\xi, 0) = 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Theta(\xi, 0)}{\partial Fo} = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Theta(1, Fo)}{\partial \xi} = 0; \quad (15)$$

$$-\frac{\partial \Theta(0, Fo)}{\partial \xi} - Fo_1 \frac{\partial^2 \Theta(0, Fo)}{\partial \xi Fo} = q(Fo) + Fo_1 \frac{\partial q(Fo)}{\partial Fo}, \quad (16)$$

где

$$q(Fo) = \begin{cases} Ki, & \sin(PdFo) \geq 0; \\ 0, & \sin(PdFo) < 0. \end{cases} \quad (17)$$

Для решения задачи (12) — (16) методом конечных разностей в рассматриваемой области введем пространственно — временную сетку с шагами $\Delta \xi$ и ΔFo , соответственно, по переменным ξ и Fo так, что

$$\xi_k = k \Delta \xi, \quad k = \overline{1, K}; \quad Fo_i = i \Delta Fo, \quad i = \overline{1, I},$$

где K , I — число шагов по координатам ξ , Fo . Величина шага по времени определялась по формуле $\Delta Fo = 0,01\eta$, где η — безразмерный период полного колебания.

$$\frac{\Theta_k^i - \Theta_k^{i-1}}{\Delta Fo} + Fo_1 \frac{\Theta_k^{i+1} - 2\Theta_k^i + \Theta_k^{i-1}}{\Delta Fo^2} = \frac{\Theta_{k-1}^i - 2\Theta_k^i + \Theta_{k+1}^i}{\Delta \xi^2} +$$

$$+ Fo_1 \frac{\Theta_{k-1}^i - 2\Theta_k^i + \Theta_{k+1}^i - \Theta_{k-1}^{i-1} + 2\Theta_k^{i-1} - \Theta_{k+1}^{i-1}}{\Delta Fo \Delta \xi^2}; \quad (18)$$

$$\Theta_k^0 = 0; \quad (19)$$

$$(\Theta_k^1 - \Theta_k^0) / \Delta Fo = 0; \quad (20)$$

$$\frac{\Theta_K^i - \Theta_{K-1}^i}{\Delta \xi} = 0; \quad (21)$$

$$-\frac{\Theta_1^i - \Theta_0^i}{\Delta \xi} - Fo_1 \frac{\Theta_1^i - \Theta_0^i - \Theta_1^{i-1} + \Theta_0^{i-1}}{\Delta Fo \Delta \xi} =$$

$$= q((i-1)\Delta Fo) + Fo_1 \frac{q(i\Delta Fo) - q((i-1)\Delta Fo)}{\Delta Fo}. \quad (22)$$

На рис. 2 приведены результаты расчетов температуры на поверхности пластины ($\xi=0$) при различных значениях коэффициента релаксации Fo_1 . Из их анализа следует, что амплитуда колебаний температуры снижается с увеличением коэффициентов релаксации, а при значениях $Fo_1 > 0,1$ отмечается монотонный характер

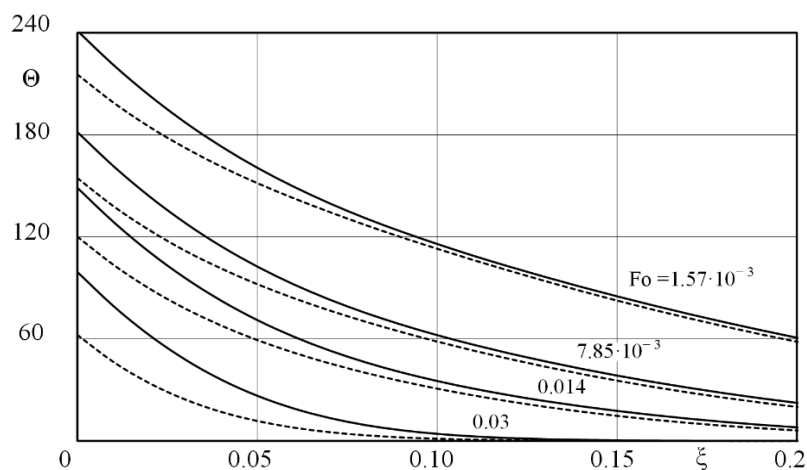


Рис. 3. Распределение температуры в пластине ($Ki = 2000; Pd = 2000; z = 10^5$)
 — без учета релаксационных свойств материалов $F_{o1} = 0$; - - - с учетом релаксационных свойств материала ($F_{o1} = 10^{-3}$)

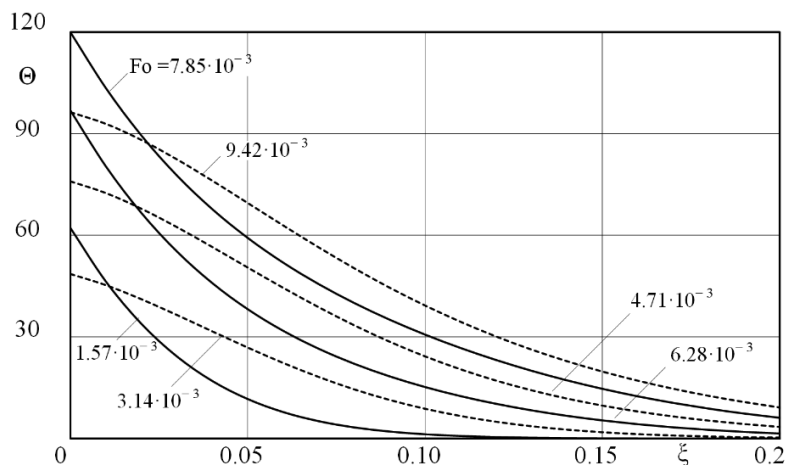


Рис. 4. Распределение температуры в пластине с учетом разрывности теплового потока ($F_{o1} = 10^{-3}; Ki = 2000; Pd = 2000; z = 10^5$)
 — тепловой поток не равен нулю; - - - тепловой поток равен нулю

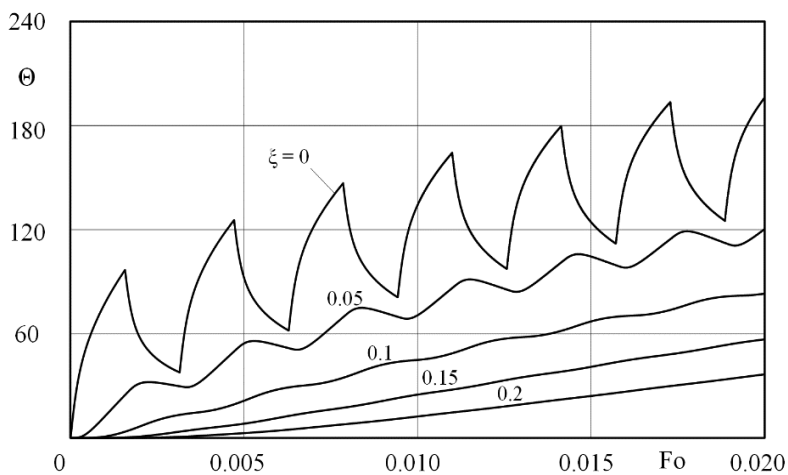


Рис. 5. Изменение температуры во времени в различных точках пространственной переменной ($F_{o1} = 10^{-4}; Ki = 2000; Pd = 2000; z = 10^5$)

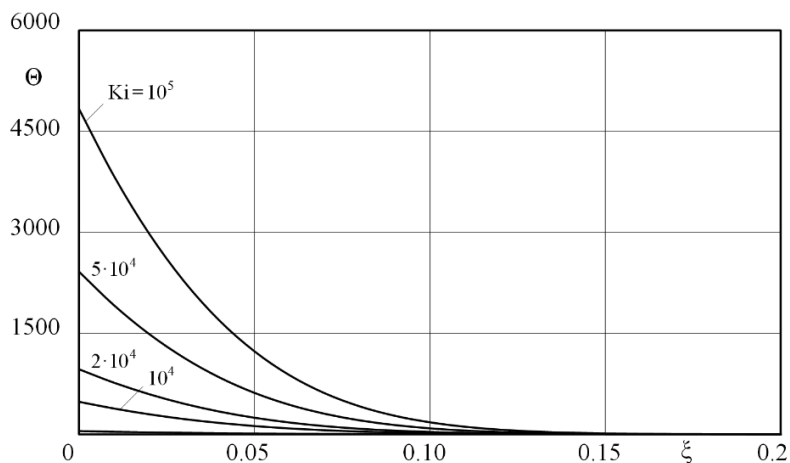


Рис. 6. Распределение температуры в пластине при $F_0=1,57 \cdot 10^{-3}$ для различных значений критерия Кирпичева ($F_{01}=10^{-4}$; $Ki = 2000$; $Pd = 2000$; $z = 10^5$)

нагрева поверхности при практическом отсутствии колебательного процесса.

На рис. 3 приведены результаты расчетов температуры в случае, когда релаксационные свойства материалов не учитываются ($F_{01}=0$) и учитываются ($F_{01}=0, 1$). Их анализ позволяет заключить, что учет релаксационных свойств приводит к запаздыванию прогрева тела, что в наибольшей степени сказывается при малых и сверхмалых значениях временной и пространственной переменных. С увеличением времени отличие температурных кривых уменьшается и при каких — то больших значениях временной переменной кривые практически совпадают. Этот факт свидетельствует о том, что ввиду теплоинерционных свойств материала мгновенный прогрев тела невозможен ни при каких условиях внешнего теплообмена, в том числе и от тепловых потоков сверхвысокой интенсивности.

На рис. 4, 5 приведены результаты расчетов, позволяющие оценить влияние разрывности теплового потока (см. рис. 1) на температурное состояние конструкции. Из их анализа следует, что в диапазоне времени, когда тепловой поток равен нулю, происходит уменьшение температуры вблизи поверхности стенки $\xi=0$, которое с увеличением координаты оказывается незначительным.

На рис. 6, 7 приведены результаты расчетов, позволяющие выполнить оценку влияния величины критерия Кирпичева на температурное состояние конструкции. Из их анализа следует, что для каждой величины числа F_0 существует некоторый предел перемещения фронта температурного возмущения, который не может быть превышен дальнейшим увеличением критерия Кирпичева. Например, для $F_0=1,57 \cdot 10^{-3}$ величина координаты ξ , на которую перемещается фронт температурного возмущения, возрастает вплоть до $Ki = 10000$. Однако дальнейшее увеличение критерия Ki практически не оказывает влияния на величину фронта при данном значении числа F_0 .

Заключение

1. Разработана математическая модель локально — неравновесного теплообмена в пластине с импульсным внешним источником теплоты, инициируемом сверхкороткими импульсами лазерного излучения.
2. Показано, что учет релаксационных свойств материалов приводит к задержке прогрева изделия в начальном временном диапазоне ввиду физической невозможности мгновенного установления граничных условий (первого, второго и третьего рода), связанной с сопротивлением материала среды процессу изменения температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. De Groot S., Mazur P. Non-Equilibrium Thermodynamics. Moscow: Mir, 1964.
2. Gyarmati I. Non-Equilibrium Thermodynamics. Moscow: Mir, 1974.
3. S. L. Sobolev. Transfer Process And Progressing Waves In Locally Non-Equilibrium Systems. Success of Physical Science. V. 161, No. 3, 1991. P. 5–29.
4. S. L. Sobolev. Locally Non-Equilibrium Models Of Transfer Processes. Success of physical science. V. 167, No. 10, 1997. P. 1096–1106.
5. D. Jou, J. Casas-Vázquez, G. Lebon. Extended Irreversible Thermodynamics. Moscow — Izhevsk: RDE Regular and Chaotic Dynamics: The Computer Research Institute. 2006. 528 p.

6. A. V. Lykov. Heat Conductivity Theory. M.: Vyshayashkola, 1967. A. V. Lykov. Heat-Mass Exchange. Reference Book. 2nd edition, updated and revised. M.: Energiya, 1978.
7. A. V. Lykov. Applying Irreversible Thermodynamics Methods to Heat and Mass Exchange Research. The Engineering and Physical Journal. V. 9, No. 3. 1956. P. 287–304.
8. I. V. Kudinov, V. A. Kudinov. Mathematical Simulation of the Locally Nonequilibrium Heat Transfer in a Body with Account for its Nonlocality in Space and Time. Journal of Engineering Physics and Thermophysics (2015): Vol. 88, № 2, pp. 406–422
9. Кудинов В. А., Еремин А. В., Стефанюк Е. В. Критические условия теплового взрыва в пластине с нелинейным источником теплоты // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2016. № 1. С. 44–49.
10. Г. Д. Гуреев., Д. М. Гуреев. Влияние временной формы лазерного импульса на характер изменения температуры поверхности на стадии нагрева // Вестник Самарского госуд. техн. ун-та. Сер. Физико-математические науки. № 1. 2008. С. 130–135.
11. Н. Н. Рыкалин. Лазерная обработка материалов. М.: Машиностроение, 1975.
12. Д. М. Гуреев. Основы физики лазеров и лазерной обработки материалов. Самара: СамГТУ, 2001.
13. A. V. Eremin, V. A. Kudinov, E. V. Stefanyuk, I. V. Kudinov. Investigation of Temperature Change under Influence of Ultrashort Laser Pulses Taking into Account Relaxation Properties of Materials // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 327(4). 2018. Pp. 1–5.
14. A. V. Eremin, V. A. Kudinov, K. V. Trubitsyn, V. K. Tkachev, I. V. Kudinov, E. V. Stefanyuk. Study of Fast Relaxing Excitations Caused by Ultrashort Laser Pulses in Nanoscale Domain // AER-Advances in Engineering Research. Vol.133.2017. Pp. 202–208.

© Еремин Антон Владимирович (a.v.eremin@list.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»



Г. Самара