

НАСТРОЙКА ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ОШИБКИ БИНС ПО КУРСУ

Мкртчян Валерий Игоревич

Аспирант, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва)

05.11.03

bel_val17@mail.ru

KALMAN FILTER ADJUSTMENT FOR ESTIMATION OF THE SINS AZIMUTH ERROR

V. Mkrtchyan

Summary. The method of automatic searching for the input noise covariance matrix is considered to obtain a qualitative estimate of the SINS azimuth error using the Kalman filter. A search algorithm is synthesized and a detailed description of its implementation in practice is given. As measurements, the differences in the projections of the speed of the SINS relative to the signals of the global navigation satellite system (GNSS) are used. The results of testing the method in the simulation of the flight of the aircraft are given.

Keywords: SINS, reduced Kalman filter, heading angle, estimation algorithm, AHRS.

Аннотация. Рассматривается метод автоматического поиска ковариационной матрицы входного шума для получения качественной оценки ошибки БИНС по курсу с помощью фильтра Калмана. Синтезирован алгоритм поиска и приведено подробное описание его реализации на практике. В качестве измерений используются разности проекций путевой скорости БИНС относительно сигналов спутниковой навигационной системы (СНС). Приведены результаты тестирования метода в рамках моделирования полета летательного аппарата самолетной схемы.

Ключевые слова: БИНС, редуцированный фильтр Калмана, географический курс, алгоритм оценивания, система ориентации.

Введение

Основная трудность, связанная с настройкой фильтра Калмана заключается в надлежном выборе ковариационной матрицы интенсивности входного шума, оптимальное значение которой зависит от степени адекватности выбранной модели системы [1–3]. Задачу можно упростить, если формализовать понятие качественной оценки интересующей компоненты вектора состояния. В работе рассматривается метод автоматического поиска ковариационной матрицы входного шума, обеспечивающей качественную оценку ошибки БИНС по курсу. Тестирование проводилось в рамках имитационного моделирования работы БИНС среднего класса точности, установленной на самолете Cessna 172.

Постановка задачи

Пусть $Mxyz$ — трехгранник, жестко связанный с корпусом летательного аппарата (ЛА), начало M — в центре масс ЛА, ось y совпадает с продольной осью, z направлена по нормальной оси, x дополняет трехгранник до правого. $MENUp$ — географический трехгранник, ось E направлена на восток, N — на географический север, Up — вверх. $Mx_1y_1z_1$ — расчетный географический трехгранник, отклоненный от $MENUp$ на углы Φ_E , Φ_N и Φ_{Up} , которые далее будем считать малыми. Наиболее распространенная [4–6] модель ошибок БИНС имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{V}_E \\ \delta \dot{V}_N \\ \dot{\Phi}_E \\ \dot{\Phi}_N \\ \dot{\Phi}_{Up} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -g & a_N \\ 0 & 0 & g & 0 & -a_E \\ -\frac{1}{R} & 0 & 0 & \omega_{Up} & -\omega_N \\ 0 & \frac{1}{R} & \omega_{Up} & 0 & \omega_E \\ \frac{tg\varphi}{R} & 0 & \omega_N & -\omega_E & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta V_E \\ \delta V_N \\ \Phi_E \\ \Phi_N \\ \Phi_{Up} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ 0 & 0 & 0 & c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ -c_{11} & -c_{12} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -c_{21} & -c_{22} & -c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -c_{31} & -c_{32} & -c_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta a_x \\ \delta a_y \\ \delta a_z \\ \delta \omega_x \\ \delta \omega_y \\ \delta \omega_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

где $g = 9,81$ м/с; φ — широта; R — радиус Земли; δV_E , δV_N — ошибки проекций путевой скорости на оси E , N ; ω_E , ω_N , ω_{Up} — проекции абсолютной угловой скорости трехгранника $MENUp$ на его же оси; $[\delta \omega_x, \delta \omega_y, \delta \omega_z]^T$, $[\delta a_x, \delta a_y, \delta a_z]^T$ — собственные погрешности датчиков угловой скорости (ДУС) и акселерометров соответственно; $c_{11} \dots c_{33}$ — направляющие косинусы трехгранника $MENUp$ относительно $Mxyz$, a_E , a_N — горизонтальные ускорения ЛА. Формирующий фильтр для системы (1) имеет вид:

$$X_k = \Phi_k X_{k-1} + G W_k \quad (2)$$

где

$\mathbf{X} = [\delta V_E, \delta V_N, \Phi_E, \Phi_N, \Phi_{Up}]^T$ — вектор состояния, Φ_k — дискретная матрица модели, G — дискретная матрица вектора входных шумов

$\mathbf{W} = [\delta a_x, \delta a_y, \delta a_z, \delta \omega_x, \delta \omega_y, \delta \omega_z]^T$, имеющего ковариационную матрицу Q . В качестве измерений возьмем разности восточной и северной проекций скорости БИНС относительно сигналов спутниковой навигационной системы (СНС):

$$\mathbf{Z} = [V_E^{БИНС} - V_E^{СНС}, V_N^{БИНС} - V_N^{СНС}] = [\delta V_E, \delta V_N]^T + \mathbf{V} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V} \quad (3)$$

где V — вектор измерительных шумов, H — матрица измерений.

При малых углах тангажа и крена ошибка БИНС по курсу $\delta H = \Phi_{Up}$ [1, 4]. Цель работы — разработка и тестирование автоматического поиска такого значения ковариационной матрицы Q , при котором удастся получить качественную и состоятельную оценку угла Φ_{Up} по измерениям (3).

Критерии качественной и состоятельной оценки

О качестве оценки компоненты вектора состояния можно судить исходя из априорной информации о должном характере ее поведения во времени. Согласно модели (1), поведение угла Φ_{Up} в первом приближении имеет вид:

$$\Phi_{Up} = \Phi_{Up}(0) + \int_0^t \omega_{Up}^{dr} dt \quad (4)$$

где $\omega_{Up}^{dr} = -(A_{31}\delta\omega_x + A_{32}\delta\omega_y + A_{33}\delta\omega_z)$; $\Phi_{Up}(0)$ — ошибка азимутальной выставки. При малых углах тангажа и крена $\omega_{Up}^{dr} \cong \delta\omega_z$. Допустив, что среднее значение собственной погрешности $\delta\omega_z$ одного ДУС есть случайная константа, получим, что решение (4) представляет собой линейный тренд.

Оценка угла Φ_{Up} считается состоятельной, если ее компенсация приводит к уменьшению ошибки БИНС по скорости относительно СНС.

В соответствии с моделью (1), Φ_{Up} проявляется в ошибках по скорости благодаря a_E, a_N . Условия наблюдаемости можно сформулировать в виде $a_E\Phi_{Up} \gg g\Phi_E$, $a_N\Phi_{Up} \gg g\Phi_N$, или, используя общую форму записи,

$$a_{hor}\Phi_{Up} \gg g\Phi_{hor} \quad (5)$$

где a_{hor} — модуль горизонтального ускорения;

$\Phi_{hor} = \sqrt{\Phi_E^2 + \Phi_N^2}$. Величины Φ_{Up} и Φ_{hor} на начальном этапе работы БИНС и фильтра Калмана определяются ошибками выставки: $\Phi_{hor} \approx B/g$, $\Phi_{Up} \approx \omega_E^{dr}/U \cos\varphi$, где B — смещение нуля акселерометра, ω_E^{dr} — смещение нуля ДУС, приведенное к восточной оси, U — угловая скорость суточного вращения Земли. Условие (5) принимает вид:

$$a_{hor} \gg \frac{BU \cos\varphi}{\omega_E^{dr}} \quad (6)$$

Проверку оценки на качественность и состоятельность следует проводить по окончании переходного процесса, длительность которого зависит от наличия ускорений, удовлетворяющих условию (6).

Поиск ковариационной матрицы входного шума

Диапазон, которому принадлежит оптимальное значение нормы $\|\mathbf{Q}\|$, обычно известен исходя из априорных знаний о погрешностях элементной базы. Конкретное значение $\|\mathbf{Q}\|$ предлагается искать по следующей процедуре:

- 1) задание заведомо большого значения нормы $\|\mathbf{Q}\|$;
- 2) проверка полученной оценки угла Φ_{Up} на соответствия форме (4);
- 3) умножение $\|\mathbf{Q}\|$ на некоторый коэффициент $k < 1$;
- 4) повторение п. 2–3 до тех пор, пока $\|\mathbf{Q}\|$ не станет заведомо малой.

Количественное выражение соответствия оценки угла Φ_{Up} форме (4) определяется величиной среднеквадратического отклонения (СКО) оценки от соответствующего ей тренда, найденного с помощью метода наименьших квадратов (МНК). При оптимальном значении $\|\mathbf{Q}\|$ СКО минимальное.

Испытания

Для тестирования метода применялось имитационное моделирование полета Cessna 172 по методике, изложенной в работе [7], с целью получения файлов, содержащих параметры движения ЛА. Было сформировано три полета с различной частотой совершения маневров и их интенсивностью. На основании параметров движения вычислялись «идеальные измерения» ДУС и акселерометров. Далее, для каждого полета формиро-

Таблица 1. Параметры погрешностей инерциальных приборов

Прибор	Смещение нуля, случайное от запуска к запуску — нормально распределенная величина	Нестабильность смещения нуля в запуске — экспоненциально коррелированный процесс
Датчики угловой скорости	математическое ожидание $M_G = \pm 0,3 \text{ град} / \text{ч}$, СКО $\sigma_G = \pm 0,14 \text{ град} / \text{ч}$	СКО $\sigma_{GE} = 0,01 \text{ град} / \text{ч}$, интервал корреляции $\tau_{GE} = 1000 \text{ с}$
Акселерометры	математическое ожидание $M_A = \pm 0,002 \text{ м} / \text{с}^2$, СКО $\sigma_A = \pm 0,001 \text{ м} / \text{с}^2$	СКО $\sigma_{AE} = 10^{-5} \text{ м} / \text{с}^2$, интервал корреляции $\tau_{AE} = 100 \text{ с}$

Таблица 2. Результаты поиска оптимальной ковариации входного шума

	Количество реализаций при различных значениях оптимальной нормы ковариационной матрицы входного шума								
	Q_0	$\frac{Q_0}{3}$	$\frac{Q_0}{3^2}$	$\frac{Q_0}{3^3}$	$\frac{Q_0}{3^4}$	$\frac{Q_0}{3^5}$	$\frac{Q_0}{3^6}$	$\frac{Q_0}{3^7}$	$\frac{Q_0}{3^8}$
Полет 1	2	1	7	31	9	0	0	0	0
Полет 2	1	1	20	21	7	0	0	0	0
Полет 3	1	0	7	36	4	2	0	0	0
Всего	4	2	34	88	20	2	0	0	0

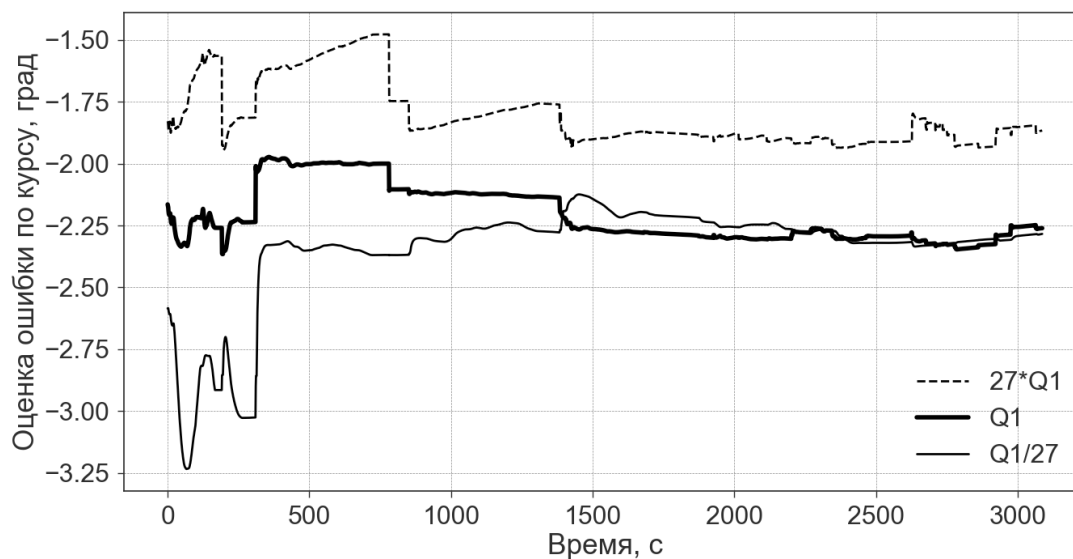


Рис. 2. Влияние различных значений Q на оценку ошибки по курсу $\delta H = \Phi_{Up}$. $Q1$ — оптимальное значение.

вался ансамбль из 50 реализаций, в которых содержались измерения ДУС, акселерометров и приемника СНС, отягощенные случайными погрешностями. Погрешность измерений СНС проекций скорости V_E^{CHC} , V_E^{CHC} была задана в виде аддитивного дискретного белого шума с конечным СКО 0,1 м/с. Параметры погрешностей инерциальных приборов выбраны соответствующими

среднему классу точности БИНС [8–10] и приведены в табл. 1.

Каждая из 150 реализаций подвергалась тестированию, в рамках которого моделировалась работа БИНС и осуществлялся поиск оптимального значения $\|Q\|$. Матрица Q имела диагональную форму $Q = \text{diag}\{q_i^2\}$

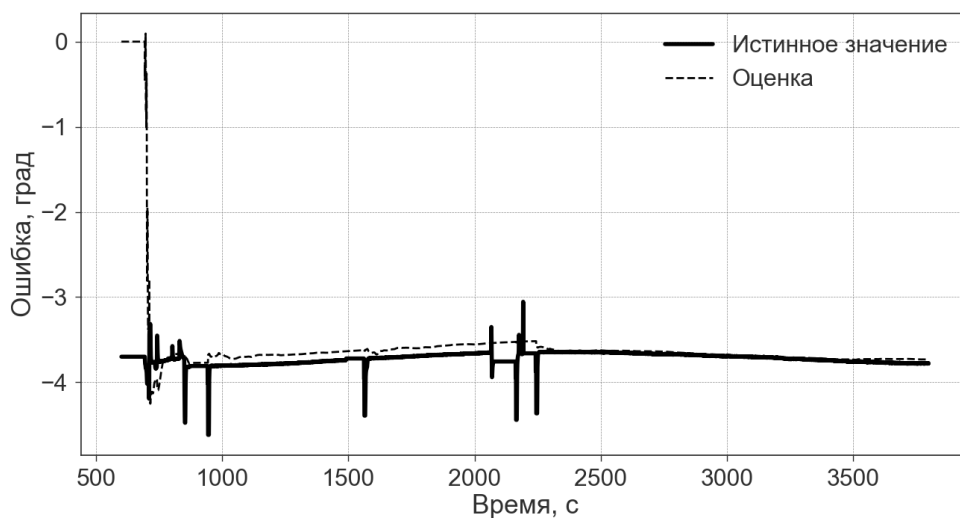


Рис. 3. Истинное значение ошибки по курсу и ее оценка при оптимальной ковариации входного шума

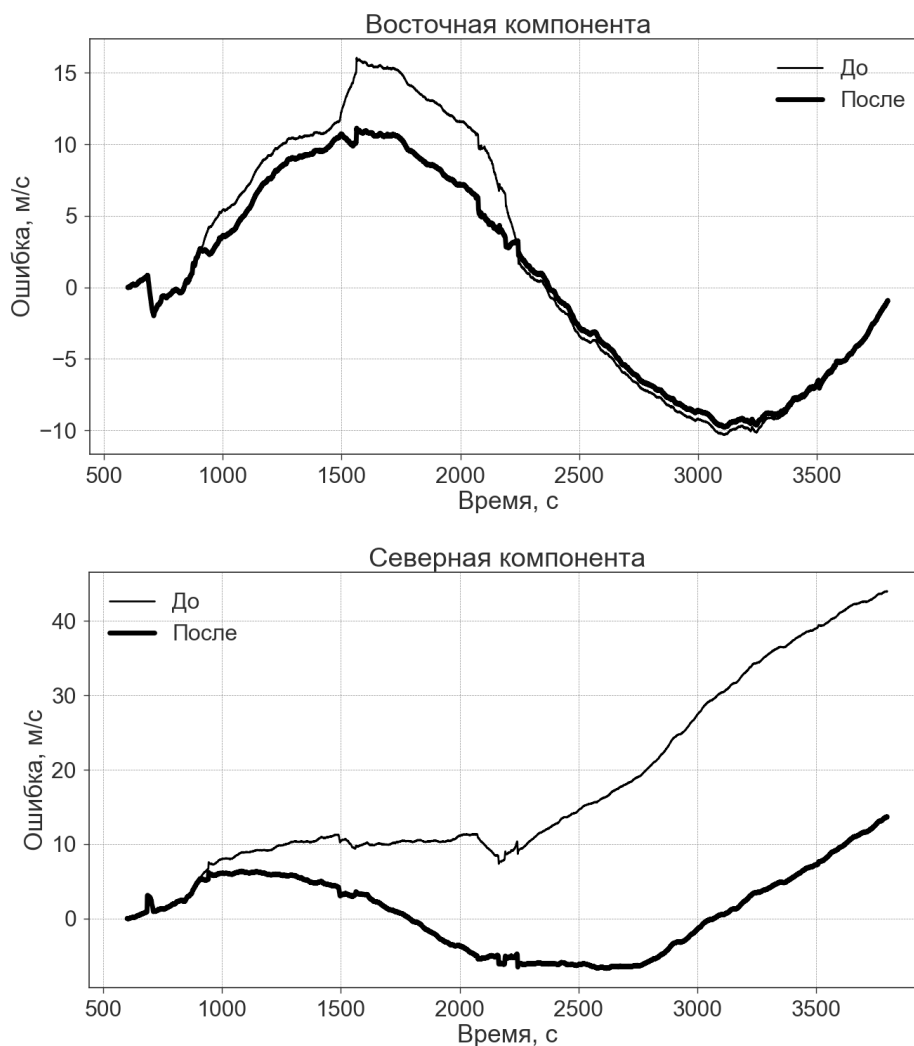


Рис. 4. Влияние компенсации ошибки по курсу на ошибки БИНС в определении компонент путевой скорости

, где q_i^2 — дисперсия, характеризующая интенсивность входного шума по i -ой компоненте вектора состояния. От теста к тесту $\|\mathbf{Q}\|$ уменьшалась в 3 раза. Количество тестов для каждой реализации было равно 9. Начальные значения q_i выбраны следующими: $q_1 = q_2 = 7e - 1$, $q_3 = q_4 = q_5 = 7e - 4$. Влияние различных значений $\|\mathbf{Q}\|$ на оценку угла Φ_{Up} показано на рис. 2.

Результаты поиска оптимального значения $\|\mathbf{Q}\|$ по всему ансамблю реализаций приведены в таблице 2. Оценка Φ_{Up} оказалась качественной при близких значениях $\|\mathbf{Q}\|$ в большинстве реализаций. В соответствии с табл. 2, можно считать, что оптимальная матрица \mathbf{Q} соответствует следующим значениям ее элементов:

$$q_1 = q_2 = \frac{7e - 1}{3^3} = 2,6e - 2,$$

$$q_3 = q_4 = q_5 = \frac{7e - 4}{3^3} = 2,6e - 5.$$

Типичное поведение оценки Φ_{Up} на всем протяжении полета при оптимальном значении $\|\mathbf{Q}\|$ показано на рис. 3, в сравнении с прямым измерением ошибки БИНС по курсу относительно эталонного значения. Вли-

яние компенсации Φ_{Up} на ошибки БИНС по скорости показано на рис. 4. Существенное уменьшения размаха ошибок по скорости, а также соответствие оценки ошибки по курсу истинному значению, свидетельствует о состоятельности полученных оценок.

ВЫВОДЫ

Рассмотрен метод автоматического поиска значения ковариационной матрицы входного шума, оптимальной для получения качественной и состоятельной оценки ошибки БИНС по курсу. Тестирование проводилось в рамках имитационного моделирования на большом количестве случайных реализаций. Для большинства реализаций оптимальное значение нормы ковариационной матрицы входного шума одинаковое, что говорит об эффективности метода, поскольку весь ансамбль реализаций соответствовал одинаковым статистическим характеристикам погрешностей инерциальных приборов. Сформулированы критерии качественной и оптимальной оценки, а также рассмотрены вопросы наблюдаемости ошибки БИНС по курсу. Метод интересен в практических применениях с точки зрения уменьшения объема априорной информации, требуемой для настройки фильтра Калмана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Salychev O. S. Verified approaches to inertial navigation. Bauman MSTU Press, 2017. 368 p.
2. Stepanov, O. A. Optimal and sub-optimal filtering in integrated navigation systems. Aerospace Navigation Systems. 2016. pp. 244–298.
3. Wei Li, Jinling Wang. Effective Adaptive Kalman Filter for MEMS IMU/Magnetometers Integrated Attitude and Heading Reference System. The Journal of Navigation. 2013, Volume 66, issue 1. pp. 99–113.
4. Titterton D. H., Weston J. L. Strapdown Inertial Navigation Technology, 2nd ed., American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 2009. 581 p.
5. Farrell J. A. Aided Navigation. GPS with High Rate Sensors. McGraw-Hill, 2008. 552 p.
6. Степанов О. А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 2. Введение в теорию фильтрации. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 428 с.
7. Терешков В. М. Полунатурное моделирование датчиков инерциально-спутниковых навигационных систем. Наука и образование. 2010. № 8. URL: <http://old.technomag.edu.ru/doc/152269.html> (дата обращения 14.05.2018).
8. Коркишко Ю. Н. [и др.]. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы на основе волоконно-оптических гироскопов. Гироскопия и навигация. 2014, № 1(84). С. 14–25.
9. C. Goodall, S. Carmichael, N. El-Shemy, B. Scannel. INS Face Off. MEMS vs. FOGs. Inside GNSS, 2012. URL: <http://www.insidegnss.com/node/3123> (дата обращения 26.11.2017).
10. Пазычев Д. Б. Балансировка бесплатформенной инерциальной навигационной системы среднего класса точности. Наука и образование. 2011. № 3. URL: <http://old.technomag.edu.ru/doc/168994.html> (дата обращения 25.11.2017).

© Мкртчян Валерий Игоревич (bel_val17@mail.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»