МЕТОД ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ: ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ

METHOD OF POTENTIAL FUNCTIONS IN PATTERN RECOGNITION PROBLEMS: ADVANTAGES AND DISADVANTAGES

A. Volosova

Summary. The author considers the principle of operation of one of the mathematical methods in the theory of pattern recognition within the deterministic approach — the method of potential functions. This method can be considered as a generalization of several methods of describing classes by set of precedents. Other methods of finding the discriminant function are an iterative process presented within the framework of the method, and differ from each other only in the choice of the potential function. Limitations and advantages of the method are also considered.

Keywords: pattern recognition, potential function method, artificial intelligence.

Волосова Александра Владимировна
К.т.н., доцент, Московский технологический университет (МИРЭА), Москва
sas32sa@yandex.ru

Аннотация. Автор рассматривает в статье принцип работы одного из математических методов в теории распознавания образов в рамках детерминистского подхода — метода потенциальных функций. Данный метод может рассматриваться как обобщение нескольких методов описания классов по множеству прецедентов. Другие методы нахождения дискриминантной функции являются итерационным процессом, представленным в рамках метода, и отличаются друг от друга только выбором потенциальной функции. Рассматриваются также ограничения и достоинства метода.

Ключевые слова: распознавание образов, метод потенциальных функций, искусственный интеллект.

Введение

Распознавание образов является задачей, постоянно решаемой человеком в процессе интеллектуальной деятельности. Таким образом данная задача является одной из основных в теории искусственного интеллекта. Важную часть в решении этой задачи занимает классификация распознаваемых объектов. Методы классификации удобно формализуются при помощи математического аппарата, что существенно облегчает автоматизацию процесса распознавания. Классификация предполагает наличие правила отнесения распознаваемого образа к одному из имеющихся классов на основании совокупности известных признаков. Целью данной работы является рассмотрение одного из подходов к построению дискриминантных функций — метода потенциальных функций, который является обобщением нескольких методов описания классов по множеству прецедентов [2].

1. Основные понятия

Задачи распознавания образов:

1. Математическое описание образов.

Простой образ можно рассматривать, как вектор признаков, характеризующих этот образ:

$$x=(x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_n) \qquad (1)$$

где x_i- вещественные числа, интерпретируемые как значения параметров или признаков объекта. $x\in\vartheta$, где ϑ — множество образов в задаче распознавания. На основе простого образа могут быть построены более сложные образы.

2. Генерация и селекция признаков. Следует заметить, что на практике определение полного набора различительных признаков как правило невозможно. При решении этой задачи возникает подзадача обработки контекстной информации.

Признаки делятся на следующие типы:

- **физические характеристики**, для описания которых используется аппарат векторной алгебры;
- **качественные характеристики**, для описания которых используются методы теории нечетких множеств;
- **структурные характеристики**, для описания которых используется аппарат теории графов;
- **логические характеристики**, для описания которых используется аппарат формальных и неформальных математических логик.

Пространство признаков — конечное подмножество признаков. Обозначим это подмножество через Ψ. P: $\vartheta\rightarrow\Psi$, где P — оператор, отображающий x в χ, $x\in\vartheta$, $\chi\in\Psi$.

3. Описание классов

Класс множество образов, имеющих сходные признаки. Обозначим класс через ω. Обозначим конечное множество классов через $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_z\}$, $\Omega \in \vartheta$.

4. Поиск оптимальных решающих процедур для идентификации и классификации. Такие процедуры называют **классификаторами** [1, с. 4] или решающими правилами. В процессе решения данной задачи возникают задачи:

- оценки и оптимизации параметров;
- обработки контекстной информации при помощи вероятностей, лингвистических статистик и т.п.

5.Оценка достоверности классификации образов.

Детерминистский подход к распознаванию образов: применяется в случае точного описания границ непересекающихся классов, степень неопределенности данных — минимальна и ее можно не учитывать при решении задач.

2. Математическая постановка задачи распознавания

Пусть имеет место разбиение пространства ϑ:

$$\bigcup_{i=1}^{z} \varpi_i = \vartheta,\ \varpi_i \cap \varpi_j = \varnothing, (\forall i \forall j) i \neq j \tag{2}$$

Задача классификации по классам $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_z$ сводится к нахождению функции $h: \vartheta \to Y$, $Y = \{y_1, \ldots, y_z\}$, где Y — множество меток принадлежности классам. Каждому образу $x \in \vartheta$ ставится в соответствие метка $y_i \in Y$, y_i: $h(x) = y_i$, $x \in \omega_i$.

Для пространства признаков Ψ, где $\Psi = P(\vartheta)$ –проекция. Таким образом, функция $\boldsymbol{h}$**:** $\Psi \to Y$ ставит в соответствие каждому вектору $\chi = Px \in \Psi$ метку $y_i \in Y$ класса ϖ_i, которому принадлежит соответствующий образ. Функция $\boldsymbol{h}(\chi)$ есть классификатор:

$$\boldsymbol{h}(\chi) = y_i, \text{ если } \chi = Px \text{ и } x \in \varpi_i \tag{3}$$

В пространстве признаков Ψ множеству классов $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_z\}$ соответствует некоторое покрытие этого пространства: $\boldsymbol{\Psi}_i = \{\chi = Px: x \in \varpi_i\}$, $i = 1, \ldots, z$. В связи с тем, что множества $\boldsymbol{\Psi}_1, \ldots, \boldsymbol{\Psi}_z$ могут пересекаться, целесообразно рассматривать разбиение $\Psi_1, \ldots, \Psi_z$ пространства Ψ для которого верно: $\Psi_i \subseteq \boldsymbol{\Psi}_i$. Области Ψ_i назовем **областями предпочтения** классов ϖ_i.

Информация о классах может быть представлена в виде множества пар $(\chi j, y_j)$, $j = 1, \ldots, N$, где $\chi j = Px_j$, $y_j = h(x_j) \in Y$. Пару $(\chi j, y_j)$ назовем **прецедентом**, множество $\theta = \{\chi_1, \ldots, \chi_N\}$ назовем **обучающей выборкой**. Требуется найти такой классификатор $\boldsymbol{h}(\chi)$ на множестве $(\theta, Y) = \{(\chi j, y_j): j = 1, \ldots, N\}$, чтобы классификация элементов обучающей выборки осуществлялась с наименьшим количеством ошибок.

3. Метод потенциальных функций

Для построения классификатора на множестве прецедентов используется **метод потенциальных функций**. Каждая точка обучающей выборки рассматривается, как гравитационный заряд. Совокупность точек создает гравитационное поле. Классы рассматриваются как множества точечных зарядов. Распознаваемый заряд будет притягиваться к классу, имеющему наибольший потенциал в данной точке пространства.

Пусть имеется множество прецедентов $\theta = \{\chi_1, \ldots, \chi_N\}$ в пространстве признаков и множество меток принадлежности к классам $Y = \{y_1, \ldots, y_N\}$. Обозначим области предпочтения для классов ω_1, ω_2 соответственно Ψ_1 и Ψ_2. Обозначим прецеденты для классов $\omega1$, $\omega2$ соответственно θ_1 и θ_2. Необходимо найти классификатор $q(\chi)$: $(\forall \chi \in \theta_1)\ q(\chi) > 0$ и $(\forall \chi \in \theta_2)\ q(\chi) < 0$.

$$\mathrm{y_i} = \begin{cases} 1, \chi_i \in \theta_1, \\ -1, \chi_i \in \theta_2, \end{cases} i = 1, \ldots N \tag{4}$$

классификатор $q(\chi)$:

$$(\forall \chi_i \in \theta)\ y_i q(\chi_i) > 0 \tag{5}$$

Определим потенциальную функцию $u(\chi, y)$, как положительную функцию, значения которой увеличиваются при уменьшении расстояния между χ и y. Системы точек множеств θ_i создают в точке χ пространства признаков потенциалы:

$$\mathrm{u_i}(\chi) = \sum_{y \in \Theta_i} \mathrm{u}(\chi, y), i = 1, 2 \tag{6}$$

Если $u_1(\chi) > u_2(\chi)$, то $\chi \in \theta_1$, если $u_2\chi > u_1\chi$ то $\chi \in \theta_2$. Классификатор:

$$q(\chi) = u_1(\chi) > u2(\chi) = \sum_{k=1}^{N} y_k u(\chi, \chi_k) \tag{7}$$

Функция $q(\chi)$ может не содержать всех N слагаемых и иметь вид:

$$q(\chi) = \sum_{j=1}^{N} w_j u(\chi, \chi_j), \tag{8}$$

где $\chi_j \in \theta$, w_j — неизвестные коэффициенты

Классификатор (8) можно записать в виде скалярного произведения:

$$q(\chi) = (\mathbf{w}, u(\chi)), \tag{9}$$

где $\mathbf{w} = (w_j)$, $u(\chi) = (u(\chi, \chi_j))$

В методе потенциальных функций классификатор находится по обучающей выборке $\theta = \{\chi_1, \ldots, \chi_N\}$ при помощи коррекции k-й аппроксимирующей функцией $q_i(\chi)$ с помощью рекуррентной процедуры:

$$q_{k+1}(\chi) = q_k(\chi) + g_{k+1}u(\chi, \chi_{k+1}),\ q_0(\chi) \equiv 0, \tag{10}$$

где $\{g_k\}$ — последовательность, обеспечивающая сходимость $q_k(\chi)$ *к* $q(\chi)$ *при* $k \to \infty$.

Если очередной элемент обучающей выборки классифицируется неправильно, то

$g_{k+1}u(\chi, \chi_{k+1})$ осуществляет коррекцию классификатора.

Выбор потенциальной функции осуществляется двумя способами:

1. Выбирается базовая функция $u(\chi, y)$, соответствующая условиям потенциальности. Функция $q(\chi)$ имеет вид (8) и находится путем рекуррентной коррекции коэффициентов wj, j = 1, …, N или коррекции k-й аппроксимирующей функции:

$$q_k(\chi) = (w(k)\ u(\chi)) = \sum_{j=1}^{N} w_j^{(k)} u(\chi, \chi_j) \tag{11}$$

В соответствии с (10) коррекция $w_j^{(k)}$ при предъявлении очередного прецедента (χ_{k+1}, y_{k+1}) происходит следующим образом:

$$w_j^{(k+1)} = \begin{cases} w_j^{(k)}, k+1 \neq j \\ w_j^{(k)} + r_{k+1}, k+1 = j \end{cases},$$

$$w_j^{(0)} = 0, j = 1, \ldots N, k = 0, 1, \ldots,$$

где

$$r_{k+1} = \begin{cases} 0, y_{k+1} q_k(\chi_{k+1}) > 0, \\ y_{k+1}, y_{k+1} q_k(\chi_{k+1}) \le 0 \end{cases} \tag{12}$$

2. Потенциальная функция представляется в виде ряда по некоторой системе $\{\mu_i(\chi)\}$ базисных (чаще всего ортогональных) функций:

$$u(\chi, y) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i^2 \mu(\chi), \mu(y), \tag{13}$$

где λ_i — положительные числа, для которых:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i = \infty,\ \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i^2 < \infty \tag{14}$$

Классификатор, в соответствии с (10):

$$q(\chi) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \mu_i(\chi) \tag{15}$$

Классификатор определяется путем рекуррентной коррекции коэффициентов c_i или коррекции k-й аппроксимирующей функции:

$$q_k(\chi) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i^{(k)} \mu_i(\chi) \tag{16}$$

В соответствии с (10) коррекция $c_i^{(k)}$ при предъявлении системе очередного прецедента (χ_{k+1}, y_{k+1}) происходит следующим образом:

$$c_i^{(k+1)} = c_i^{(k)} + r_{k+1}\lambda_i^2 \mu_i(\chi_{k+1}),$$

$$c_i^{(0)} = 0, i - 1, 2, \ldots, k = 0, 1 \ldots,, \tag{17}$$

где коэффициенты r_k вычисляются по формуле (12)

Функцию $q_k(\chi)$ можно записать в виде скалярного произведения:

$$q(\chi) = (c^{(k)},\ \mu_i(\chi_{k+1})), \tag{18}$$

где $\mu(\chi_{k+1}) = (\mu_i(\chi_{k+1})), c^{(k)} = c_j^{(k)}$

Достоинства метода потенциальных функций

1. Нелинейное разбиение множества объектов позволяет решать задачи, которые сложно решить другими методами.
2. Возможность работать с разнородными, сложно структурированными данными за счет использования различных потенциальных функций [3], [4].
3. Возможность замены потенциальной функции в случае изменения структуры анализируемых данных [5].
4. Существование эффективных методов упрощения для классификаторов, что позволяет использовать метод в режиме реального времени [5].

Недостатки метода потенциальных функций

1. Установление априори некоторых параметров решающей функции. При работе с большими объемами данных применение методов перебора затруднительно.
2. Трудность выбора подходящей потенциальной функции и трудоемкости вычислений, при большом объеме обучающей выборки.

3. Наличие «шумов» в множествах, используемых в методе.

Выводы

1. Существует ряд исследований [4], [5] позволяющих частично исправить указанные недостатки метода потенциальных функций. Усовершенствованные методики вычислений позволяют успешно использовать метод потенциальных функций при решении ряда задач распознавания образов [1].
2. В связи с тем, что задача распознавания образов является частью схемы мышления, успешное решение проблем, связанных с методом потенциальных функций, возможно только вместе с решением сходных проблем в кибернетике и теории искусственного интеллекта.
3. Решение проблем, связанных с ограничениями метода потенциальных функций, возможно при помощи нейросетей и квантовых компьютеров, осуществляющих нелокальную обработку информации,

ЛИТЕРАТУРА

1. Местецкий Л.М., Математические методы распознавания образов. Курс лекций. — М: МГУ, ВМиК, кафедра «Математические методы прогнозирования», 2004–263 с.
2. Лепский А. Е., Броневич А. Г., Математические методы распознавания образов. Курс лекций: — Издательство Технологического института Южного федерального университета, Таганрог, 2009 г., 153 с.
3. Arnold A., Eskin E., Prerau M., Portnoj L., Stolfo S. A., Geometric Framework for Unsupervised Anomaly Detection: Detecting Intrusions in Unabled Data // Kluwer, Applications of Data Mining in Computer Security, 2002.
4. Michail Petrovskiy. Fuzzy Karnel-bazed Method for Real-time Network Intrusion Detection // Springer-Verlag, LNCS, 2003, vol. 2877.
5. Scholkopf B., Smola A.: Learning with kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization and Beyond. MIT Press, Cambridge, 2000.

© Волосова Александра Владимировна (sas32sa@yandex.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»

Московский технологический университет