

ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ПОДАВЛЕНИЯ НЕ ВЫДЕЛЯЕМЫХ ГАРМОНИК

THE TASK OF SIGNAL FILTERING BASED ON PRE-SUPPRESSION OF NON-SINGLED OUT HARMONICS

M. Alexandrova

Summary. The article presents a solution of the problem of filtering a signal based on preliminary suppression of non-singled out harmonics. The possibility of concentrating the main energy of the signal spectrum in the second harmonic is proved. In this case, the energies of the first, third, fourth, fifth, sixth, seventh, eighth and ninth harmonics were reduced to negligible values. The practical significance of solving this problem lies in the fact that for filtering the second harmonics of the signals, high-Q contours are no longer needed, which makes it possible to use small-size versions of low-Q filtering of signals.

Keywords: signal filtration, circuit quality factor, inductance, capacitance, pulse, harmonics, coefficients, amplitude.

Александрова Мария Евгеньевна

Специалист, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
aleksandrova98m@mail.ru

Аннотация. В статье представлено решение задачи фильтрации сигнала основе предварительного подавления не выделяемых гармоник. Доказана возможность концентрации основной энергии спектра сигнала во второй гармонике. При этом энергии первой, третьей, четвертой, пятой, шестой, седьмой, восьмой и девятой гармоник были сведены к ничтожно малым значениям. Практическое значение решения данной задачи заключается в том, для фильтрации вторых гармоник сигналов уже не потребуются высокодобротные контуры, что дает возможность применения малогабаритных вариантов низкодобротной фильтрации сигналов.

Ключевые слова: фильтрация сигнала, добротность контура, индуктивность, емкость, импульс, гармоники, коэффициенты, амплитуда.

Введение

Задача фильтрации радиосигналов, в основном, успешно решается при выделении сигналов среди помех и шумов, при умножении частоты с последующей передачей сигналов и т.д. Однако, на высоких частотах приема сигналов (100–400 МГц) технологически сложно обеспечить высокую добротность электрических контуров, а добротности индуктивности и емкости не превышает значения 60, при этом добротность конденсаторов намного меньше добротности индуктивностей [1]. Добротности спиральных резонаторов, которые используются для фильтрации радиосигналов в указанном диапазоне частот, в зависимости от конструктивного исполнения и частоты приема, находятся в пределах 200...5000, однако габариты указанных приборов могут достигать единиц кубических сантиметров, что не является приемлемым для практического их применения в малогабаритных устройствах [2].

Таким образом, автором было отмечено *технологическое противоречие* при выполнении двух несовместимых условий при приеме радиосигналов: обеспечение требуемых характеристик приемных устройств при сохранении их малых габаритов. В связи с тем, что для обеспечения эффективной фильтрации сигналов используются схемы с объемными контурами, которые на момент исследования не подлежат интегральному

исполнению, значительно увеличивается потребляемый ток и массогабаритные характеристики приемных устройств, использующих указанные схемы. Для разрешения выявленного технологического противоречия, был рассмотрен *подход к фильтрации сигнала*, основанный на учете перераспределения энергии в его спектре. В зависимости от длительности и периода в импульсной последовательности формируются двух полярные составляющие, которые при суммировании обеспечивают перераспределение спектральной энергии сигнала по гармоникам.

Теоретическая часть

Основная задача исследования заключается в том, чтобы за счет определенного порядка расположения периодических импульсов сигнала на оси времени добиться сосредоточения основной энергии спектра этого сигнала в единственной гармонике, предназначенной для фильтрации, и минимизации энергии гармоник, расположенных вблизи фильтруемой гармоники. Таким образом, *цель работы* заключается в максимизации амплитуды выделяемой гармоники при обеспечении минимальных значений амплитуд остальных гармоник, находящихся вблизи данной гармоники. В начале исследования была высказана *научная гипотеза*, которая заключалась в том, что, если на предварительном этапе приема, перед фильтрацией подавить гармоники сигналов, стоящие рядом с выделяемой гармоникой, то необ-

Таблица 1. Значения коэффициентов a_n при различных значениях n

n	a_n	n	a_n	n	a_n
1	0,0984	6	0,0505	11	-0,0089
2	0,0936	7	0,0368	12	-0,0156
3	0,0859	8	0,0234	13	-0,0198
4	0,0757	9	0,011	14	-0,0216
5	0,0637	10	0	15	-0,0212

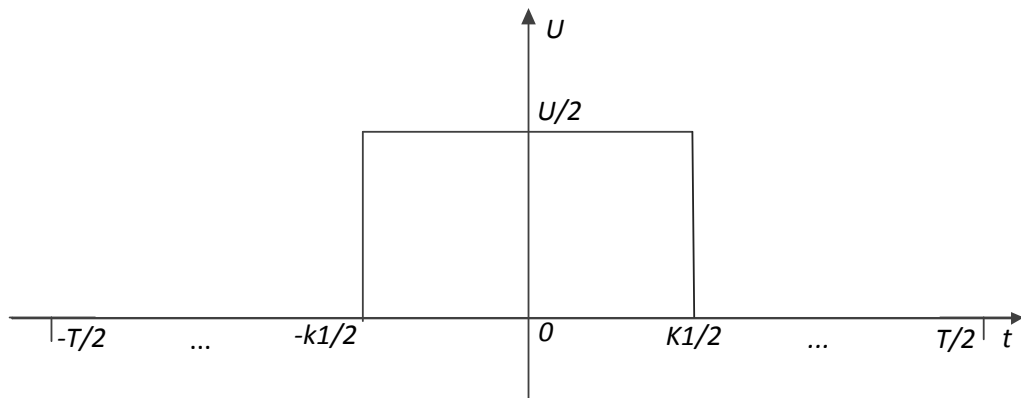


Рис. 1. Прямоугольный импульс из периодической последовательности

ходимость в высокочастотных фильтрах потеряет свою актуальность.

Решение задачи было рассмотрено применительно к задаче умножения частоты гармонического сигнала в два раза. Пусть сигнал представляет собой гармоническое колебание

$$u = U * \sin(\omega t),$$

амплитудой $U=1B$, периодом $T=1c$. Чтобы получить гармоники с частотами, кратными ω , необходимо осуществить преобразование синусоиды в нелинейный сигнал, а именно, в периодическую последовательность прямоугольных импульсов (Рисунок 1) с длительностью $k1$, амплитудой $U=1B$, периодом $T=1c$. Спектр данной периодической последовательности на интервале $(-T/2, T/2)$ описывается функцией:

$$u(t) = \begin{cases} u(t) = \frac{U}{2}, & \text{при } -\frac{k_1}{2} \leq t \leq \frac{k_1}{2}; \\ 0, & \text{при других } t. \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку функция $u(t)$ является четной, то ее ряд Фурье содержит только постоянные и косинусоидальные составляющие.

Коэффициенты a_{01}, a_{n1} рассматриваемого ряда вычисляются по формулам (2) и (3)[3,6]:

$$a_{01} = \frac{2}{T} \int_{-\frac{k_1}{2}}^{\frac{k_1}{2}} \frac{U}{2} dt = U * k_1 \quad (2)$$

$$a_{n1} = \frac{2}{T} \int_{-\frac{k_1}{2}}^{\frac{k_1}{2}} \frac{U}{2} \cos(n * \omega * t) dt = \frac{U}{\pi * n} \sin\left(\frac{n * \pi * k_1}{T}\right) \quad (3)$$

При

$$U = 1B, T = 1c, \frac{k_1}{T} = 0,1$$

выражение (3) примет вид:

$$a_n = 0,1 * \frac{\sin(n * 3,14 * 0,1)}{n * 3,14 * 0,1} = \frac{\sin(n * 3,14 * 0,1)}{n * 3,14}. \quad (4)$$

Значения коэффициентов a_n при различных значениях n приведены в Таблице 1.

Амплитуды гармонических составляющих A_n равны по модулю значениям a_n из Таблицы 1:

$$A_n = |a_n|.$$

Анализ полученных результатов показал, что для фильтрации второй гармоники потребуются высокочастотные контура, поскольку значения с первой по чет-

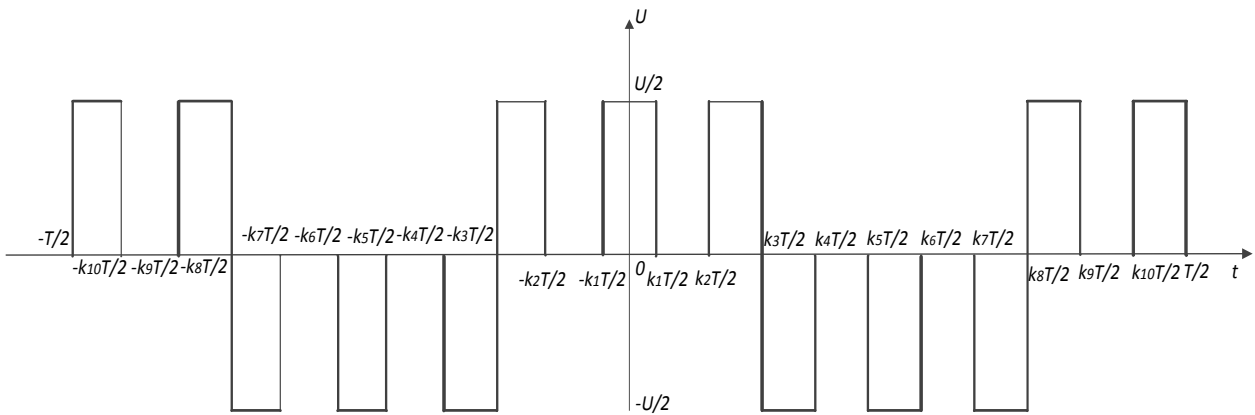


Рис. 2. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

вертую гармонику — величины одного порядка. При изменении скважности импульсной последовательности (отношения периода следования к длительности импульсов) получено, что значения с первой по третью гармонику также близки между собой [4].

Экспериментальная часть

Для решения поставленной задачи экспериментальным путем была подобрана импульсная последовательность, в которой было осуществлено подавление гармоник, находящихся вблизи второй гармоники, что позволило увеличить энергию второй гармоники (Рисунок 2).

Спектр данной периодической последовательности на интервале $(0, T/2)$ описывается функцией (5).

Данная функция $u(t)$ удовлетворяет условиям Дирихле [5]. Коэффициенты ряда для каждого импульса вычисляются по формулам (2–4). Поскольку функция $u(t)$

симметрична относительно оси ординат, поэтому при вычислении ее коэффициентов был удвоен интеграл:

$$a_{02} = 2 * \left(\frac{2}{T}\right) * \int_{\frac{k_2}{2}}^{\frac{k_3}{2}} \left(\frac{U}{2}\right) dt = U * (k_3 - k_2) \quad (6)$$

Обобщенная формула на основе (6) имеет вид, где показатели $p = q$:

$$a_{0p} = 2 * \left(\frac{2}{T}\right) * \int_{\frac{k_q}{2}}^{\frac{k_{(q+1)}}{2}} \left(\frac{U}{2}\right) dt = U * (k_{(q+1)} - k_q). \quad (7)$$

Значение коэффициента a_{n2} вычисляется по формуле (8)

Обобщенная формула на основе (8) имеет вид (9), где показатели $p = q$:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{U}{2}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{k_1}{2}, \frac{k_2}{2} \leq t \leq \frac{k_3}{2}, \frac{k_8}{2} \leq t \leq \frac{k_9}{2}, \frac{k_{10}}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}, \\ -\frac{U}{2}, & \text{при } \frac{k_3}{2} \leq t \leq \frac{k_4}{2}, \frac{k_5}{2} \leq t \leq \frac{k_6}{2}, \frac{k_7}{2} \leq t \leq \frac{k_8}{2}, \\ 0, & \text{при других } t. \end{cases} \quad (5)$$

$$a_{n2} = 2 * \left(\frac{2}{T}\right) * \int_{\frac{k_2}{2}}^{\frac{k_3}{2}} \left(\frac{U}{2}\right) * \cos(n * \omega * t) dt = \frac{U}{\pi * n} \left(\sin\left(\frac{n * \pi * k_3}{T}\right) - \sin\left(\frac{n * \pi * k_2}{T}\right) \right) \quad (8)$$

При

$$U = 1B, T = 1c, \frac{k_2}{T} = 0,17, \frac{k_3}{T} = 0,25:$$

$$a_{n2} = 0,25 * \frac{\sin(n * 3,14 * 0,25)}{n * 3,14 * 0,25} - 0,17 * \frac{\sin(n * 3,14 * 0,17)}{n * 3,14 * 0,17} \quad (10)$$

Формула на основе выражения (10) будет иметь вид, где $p = q = 2, 3, \dots$

$$a_{nq} = \frac{\sin(n * \pi * k_{p+1} / T)}{n * \pi} - \frac{\sin(n * \pi * k_p / T)}{n * \pi} \quad (11)$$

Значения a_{03}, a_{n3} рассчитываются аналогично по формулам (7) и (9).

При

$$U = 1B, T = 1c, \frac{k_3}{T} = 0,25, \frac{k_4}{T} = 0,33:$$

a_{n3}, a_{04} и a_{n4} рассчитываются соответственно по формулам (11), (7) и (9), где индексы для последних двух выражений: $q = p + 1$.

При

$$U = 1B, T = 1c, \frac{k_5}{T} = 0,4, \frac{k_6}{T} = 0,6:$$

a_{n4}, a_{05} и a_{n5} рассчитываются соответственно по формулам (11), (7) и (9), где индексы для первого выражения: $q = p + 1$, а для последних двух выражений: $q = p + 2$.

При

$$U = 1B, T = 1c, \frac{k_7}{T} = 0,67, \frac{k_8}{T} = 0,75:$$

a_{n5}, a_{06} и a_{n6} рассчитываются соответственно по формулам (11), (7) и (9), где индексы для трех выражений: $q = p + 2$.

При

$$U = 1B, T = 1c, \frac{k_8}{T} = 0,75, \frac{k_9}{T} = 0,83:$$

$$a_{np} = 2 * \left(\frac{2}{T}\right) * \int_{\frac{k_q}{2}}^{\frac{k_{(q+1)}}{2}} \left(\frac{U}{2}\right) * \cos(n * w * t) dt = \frac{U}{\pi * n} \left(\sin\left(\frac{n * \pi * k_{q+1}}{T}\right) - \sin\left(\frac{n * \pi * k_q}{T}\right) \right) \quad (9)$$

$$a_{n0} = a_{n01} + a_{n02} + a_{n03} + a_{n04} + a_{n05} + a_{n06} + a_{n07} = U * k_1 + U * (k_3 - k_2) + U * (k_4 - k_3) + U * (k_6 - k_5) + U * (k_8 - k_7) + U * (k_9 - k_8) + U * \left(\frac{T}{2} - k_{10}\right) \quad (11)$$

$$a_n = a_{n1} + a_{n2} - a_{n3} - a_{n4} - a_{n5} + a_{n6} + a_{n7} = 0,1 * \frac{\sin(n * \pi * 0,1)}{n * \pi * 0,1} + 0,25 * \frac{\sin(n * \pi * 0,25)}{n * \pi * 0,25} - 0,17 * \frac{\sin(n * \pi * 0,17)}{n * \pi * 0,17} - 0,33 * \frac{\sin(n * \pi * 0,33)}{n * \pi * 0,33} - 0,25 * \frac{\sin(n * \pi * 0,25)}{n * \pi * 0,25} - 0,6 * \frac{\sin(n * \pi * 0,6)}{n * \pi * 0,6} - 0,4 * \frac{\sin(n * \pi * 0,4)}{n * \pi * 0,4} - 0,75 * \frac{\sin(n * \pi * 0,75)}{n * \pi * 0,75} - 0,67 * \frac{\sin(n * \pi * 0,67)}{n * \pi * 0,67} + 0,83 * \frac{\sin(n * \pi * 0,83)}{n * \pi * 0,83} - 0,75 * \frac{\sin(n * \pi * 0,75)}{n * \pi * 0,75} + \frac{\sin(n * \pi)}{n * \pi} - 0, \square * \frac{\sin(n * \pi * 0, \square)}{n * \pi * 0, \square} \square \quad (12)$$

Таблица 2. Значения коэффициентов a_n при различных значениях n

n	a_n	n	a_n	n	a_n
1	-0,0002	11	0,0022	21	0,0002
2	0,4528	12	-0,0019	22	0,018
3	0,0008	13	0,0026	23	0,0005
4	-0,0006	14	-0,2628	24	-0,0003
5	0,0005	15	-0,0013	25	0
6	0,0025	16	0,0005	26	0,0475
7	0,0004	17	-0,0004	27	0,0013
8	-0,0002	18	0,0423	28	-0,0011
9	-0,0003	19	0,0005	29	0,0012
10	0,2295	20	-0,0004	30	-0,03

a_{n6} , a_{07} и a_{n7} рассчитываются соответственно по формулам (11), (7) и (9), где индексы для трех выражений: $q = p + 2$, а верхний предел интегрирования в выражениях (7) и (9) равен $T/2$.

При

$$U = 1B, T = 1c, \frac{k_{10}}{T} = 0,9:$$

a_{n7} рассчитывается по формуле (11).

В итоге, коэффициенты ряда a_{n0} и a_n рассчитываются в выражениях (11) и (12).

Результаты эксперимента

Вычислим коэффициенты a_n при различных значениях n (Таблица 2).

Амплитуды гармонических составляющих вычисляются по формуле, аналогичной выражению (12). При

определении амплитуды при различных значениях n , было получено, что значения A_n соответствуют по абсолютным величинам значениям a_n из Таблицы 2. Из анализа данных Таблицы 2 следует, что амплитуда второй гармоники много больше суммы остальных восьми гармонических составляющих, что технологически открывает возможности применения малогабаритных низкочастотных контуров.

Заключение

Таким образом, экспериментальным путем была доказана возможность концентрации основной энергии спектра сигнала во второй гармонике, а при этом энергии первой, третьей, четвертой, пятой, шестой, седьмой, восьмой и девятой гармоник были сведены к ничтожно малым значениям. Практическое значение решения данной задачи заключается в том, для фильтрации вторых гармоник сигналов уже не потребуются высокочастотные контуры, что дает возможность применения малогабаритных вариантов низкочастотной фильтрации сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пивоваров И., Похвалин А. Опыт проектирования высокочастотных фильтров с использованием элементной базы фирмы AmericanTechnicalCeramics (ATC). М.: «Компоненты и технологии», № 4, 2007 г. Режим доступа: https://www.kit-e.ru/assets/files/pdf/2007_04_190.pdf (дата обращения 23.11.2017).
2. Спиральные резонаторы. Режим доступа: <http://coil32.ru/helix-resonator.html/> (дата обращения 23.11.2017).
3. Подвигин И. В. Основы функционального анализа: Курс лекций. Новосибирск: «Новосибирский государственный университет», 2017. — 188с.
4. Добротворский И. Н. Теория электрических цепей: Учебник для техникумов. М.: «Радио и связь», 1989. — 472с.
5. Вадутов О. С. Математические основы обработки сигналов: Учебное пособие. Томск: «Издательство Томского политехнического университета». 2011 г. — 211с.

© Александрова Мария Евгеньевна (aleksandrova98m@mail.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»