

## ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ БАЛАНСИРОВКЕ ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА

### TRANSITION PROCESSES AT BALANCING THE GRINDING WHEEL

*E. Kashirskaya  
S. Samusev*

*Summary.* Development of digital machine-building production makes increased requirements to quality of realization of technological processes which is defined by condition of the equipment. The index of its state considering critical parameters of the equipment and its accessories and also equipment failure consequence can be applied to assessment of the equipment. Final operation when receiving details is grind which eventually and defines their quality. The accuracy of processing is influenced by the errors arising owing to unbalance of the rotating parts of metal-cutting machines, in particular, of unbalance of grinding wheel.

*Keywords:* grinding wheel, balancing, auto-balancing device, transition process, quality of grinding.

**Каширская Елизавета Натановна**

*К.т.н., доцент, ФГБОУ ВО «МИРЭА — Российский технологический университет»  
liza.kashirskaya@gmail.com*

**Самусев Сергей Александрович**

*Учитель, ГБОУ «Школа № 1547»;  
sa.samusev@gmail.com*

*Аннотация.* Развитие цифрового машиностроительного производства выдвигает повышенные требования к качеству реализации технологических процессов, которое, в первую очередь, определяется состоянием оборудования. Для оценки оборудования может быть применен индекс его состояния, учитывающий основные параметры оборудования и его комплектующих, а также последствия отказа оборудования. Финишной операцией при получении многих деталей является шлифование, которое в конечном счете и определяет их качество. На точность обработки влияют погрешности, возникающие вследствие дисбаланса вращающихся частей металлорежущих станков, в частности, дисбаланса шлифовального круга.

*Ключевые слова:* шлифовальный круг, балансировка, автобалансирующее устройство, переходной процесс, качество шлифования.

**Р**азвитие цифрового машиностроительного производства в концепции Индустрии 4.0 [1] выдвигает повышенные требования к качеству реализации технологических процессов при изготовлении машиностроительных деталей, которое, в первую очередь, определяется состоянием оборудования. Для оценки оборудования может быть применен индекс его состояния [2], учитывающий основные параметры оборудования и его комплектующих, а также последствия отказа оборудования. Для того чтобы с помощью индекса состояния можно было объективно оценить оборудование, в состав этого индекса следует включить значения параметров производимых на данном оборудовании деталей. Это может быть осуществлено при помощи мониторинга, анализа и контроля протекания технологического процесса [3,4,5].

Финишной операцией при получении многих деталей является шлифование, которое в конечном счете и определяет их качество. На точность обработки влияют погрешности, возникающие вследствие дисбаланса вращающихся частей металлорежущих станков, в частности, дисбаланса шлифовального круга.

Автобалансирующие устройства, разрабатываемые в нашей стране и за рубежом, позволяют проводить балансировку шлифовального круга на ходу не только

на холостых режимах, но и при шлифовании. В связи с последним обстоятельством возникает закономерный вопрос о влиянии переходного процесса балансировки на качество поверхности обрабатываемых изделий. Для ответа на него необходимо хотя бы в первом приближении определить поведение оси шпинделя шлифовального круга в процессе балансировки.

С этой целью рассматривается процесс балансировки автобалансирующим устройством и построение применительно к нему траектории движения центра масс системы во время переходного процесса. Узел корректировки масс устройства (рис. 1) представляет собой две кольцевые кинематически не связанные корректирующие массы 1 и 2, помещенные в плоскости центра тяжести шлифовального круга 3, в кольцевом пазу планшайбы 4.

Балансировка производится поочередным поворотом колец 1 и 2 в сторону снижения дисбаланса при последовательном подключении привода ко второму кольцу, затем вновь к первому и т.д., пока дисбаланс не снизится до требуемого уровня. В общем случае, задачей балансировки является создание вектора силы, равного вектору дисбаланса и противоположно ему направленного, за счет поворота корректирующих масс 1 и 2.

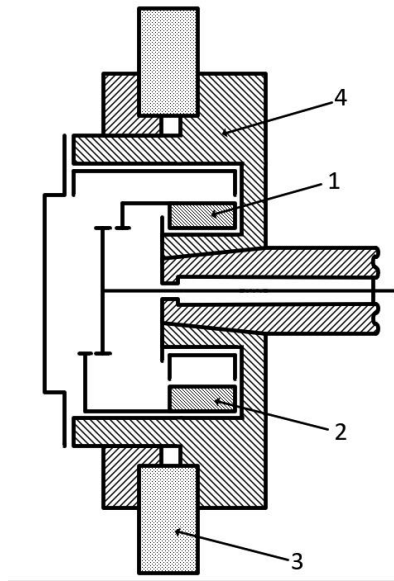


Рис. 1

На рис. 2 показана схема сил, действующих в плоскости центра тяжести круга в начальный момент балансировки. Здесь  $K_1$  и  $K_2$  — дисбалансы корректирующих масс 1 и 2, а  $\Delta$  — дисбаланс шлифовального круга. Если рассмотреть случай  $K_1 = K_2 = \Delta$  и  $\alpha = 60^\circ$ , то очевидно, что получить замкнутую систему трех данных векторов (т.е. отбалансировать круг) можно поворотом  $K_2$  на  $60^\circ$  против часовой стрелки. Понятно, что сила  $P(t)$ , действующая на вращающийся шпиндель шлифовального круга, изменится за время поворота  $K_2$  от  $P(t) = \Delta$  до  $P(t) = 0$ .

На рис. 3 представлена упрощенная модель колебательной системы шпинделя при воздействии переменной силы  $P(t)$ . Поскольку наиболее важными являются колебания в направлении радиальной силы резания, рассматриваются перемещения шпинделя вдоль оси  $X$ , совмещенной с направлением радиуса шлифовального круга.

Уравнение движения расчетной массы для этой схемы имеет вид:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + p^2x = \frac{2K_1}{m} \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) \quad (1)$$

где  $x$  — расстояние между центром масс шлифовального круга и мгновенным центром его вращения;

$h$  — коэффициент затухания колебания системы;

$p = \sqrt{\frac{c}{m}}$  — частота собственных колебаний системы;

$c$  — жесткость шпинделя с учетом жесткости его крепления на подшипниках;

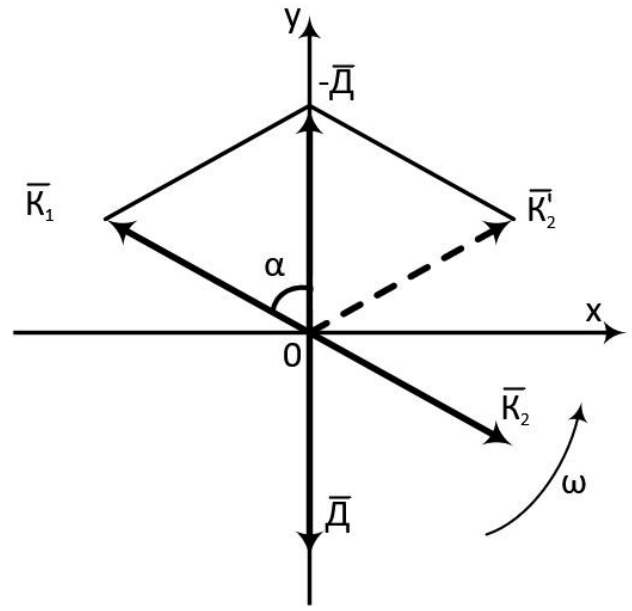


Рис. 2

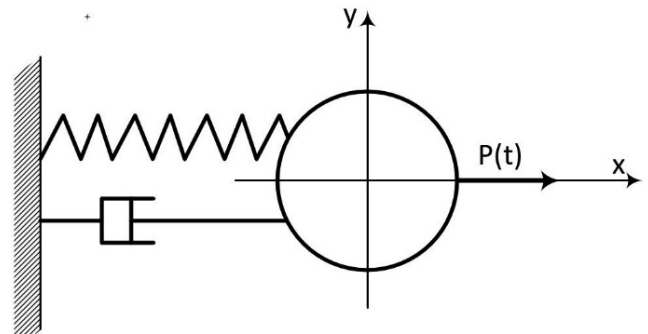


Рис. 3

$m$  — суммарная масса шпинделя и шлифовального круга, приведенная к центру масс круга;

$K_1, K_2$  — дисбалансы корректирующих масс;

$\alpha$  — угол между плоскостью начального положения векторов  $K_1$  и  $K_2$  и  $D$ ;

$\omega$  — разность между угловой скоростью корректирующей массы  $K_2$  и угловой скоростью круга;

$t$  — время.

Это дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами с правой частью. Будем искать его решение в виде:

$$x = \bar{x} + x^*,$$

где  $\bar{x} = \bar{x}(t)$  — общее решение уравнения без правой части,

$x^* = x^*(t)$  — частное решение уравнения с правой частью.

Уравнение без правой части:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + p^2x = 0 \quad (2).$$

Характеристическое уравнение для нахождения  $\bar{x}$  имеет вид:

$$\lambda^2 + 2h\lambda + p^2 = 0 \quad (3)$$

Решим его относительно  $\lambda$ .

Дискриминант  $D_1 = h^2 - p^2 < 0$ , следовательно, корни уравнения (3) комплексно-сопряженные:

$$\lambda_{1,2} = h \mp i\sqrt{p^2 - h^2}$$

Общее решение уравнения (2) имеет вид:

$$\bar{x}(t) = e^{-ht} \left( C_1 \cos\sqrt{p^2 - h^2}t + C_2 \sin\sqrt{p^2 - h^2}t \right)$$

Частное решение  $x^*$  будем искать в виде:

$$x^* = A \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) + B \sin\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right).$$

Найдем производные от  $x^*$ :

$$\begin{aligned} x^{*'} &= -\frac{A\omega}{2} \sin\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) + \frac{B\omega}{2} \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right), \\ x^{*''} &= -\frac{A\omega^2}{4} \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) - \frac{B\omega^2}{4} \sin\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right), \end{aligned}$$

Подставим  $x^*$  и его производные в уравнение (1):

$$\begin{aligned} &-\frac{A\omega^2}{4} \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) - \frac{B\omega^2}{4} \sin\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) + \\ &+ h \left( -\frac{A\omega}{2} \sin\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) + \frac{B\omega}{2} \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) \right) + \\ &+ p^2 \left( A \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) + B \sin\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) \right) = \\ &= \frac{2K_1}{m} \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) \end{aligned}$$

После приведения подобных членов получим:

$$\begin{aligned} &\cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) \left( -\frac{A\omega^2}{4} + \frac{B\omega h}{2} + Ap^2 \right) + \\ &+ \sin\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) \left( -\frac{B\omega^2}{4} - \frac{A\omega h}{2} + Bp^2 \right) = \\ &= \frac{2K_1}{m} \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right), \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{cases} -\frac{A\omega^2}{4} + \frac{B\omega h}{2} + Ap^2 = \frac{2K_1}{m} \\ -\frac{B\omega^2}{4} - \frac{A\omega h}{2} + Bp^2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Из системы уравнений (4) найдем значения коэффициентов А и В, которые после подстановки начальных и граничных условий принимают вид:

$$A = x_0 \cdot \frac{1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2}{\left\{ \left[ 1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2 \right]^2 + \left(\frac{h}{p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \right\} \cos\alpha}$$

$$B = x_0 \cdot \frac{\frac{h}{p} \cdot \frac{\omega}{p}}{\left\{ \left[ 1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2 \right]^2 + \left(\frac{h}{p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \right\} \cos\alpha}$$

Общее решение уравнения (1), с учетом проведенных преобразований, принимает вид:

$$\begin{aligned} x(t) &= a_1 e^{-ht} \cos\sqrt{p^2 - h^2}t + a_2 e^{-ht} \sin\sqrt{p^2 - h^2}t + \\ &+ a_3 \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) + \\ &+ a_4 \sin\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) \end{aligned}$$

Качественный график зависимости  $x(t)$  приведен на рис. 4.

Решение уравнение (1) при  $p > h$  и начальных условиях:

$x(0) = x_0$  — расстояние между центром вращения и центром масс шлифовального круга в момент начала балансировки;

$\dot{x}(0) = x_0 \left( \Omega + \frac{\omega}{2} \right)$  — начальная линейная скорость поворота центра масс относительно центра вращения, т.к.  $\Omega$  — угловая скорость круга, равная угловой скорости корректирующей массы 1, имеет следующий вид (рис. 4):

$$\begin{aligned} x(t) &= a_1 e^{-ht} \cos\sqrt{p^2 - h^2}t + a_2 e^{-ht} \sin\sqrt{p^2 - h^2}t + \\ &- h^2 t + a_3 \cos\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right) + a_4 \sin\left(\alpha + \frac{\omega t}{2}\right), \quad (2) \end{aligned}$$

где (см. формулы на стр.56)

Время переходного процесса, т.е. процесса балансировки является функцией соотношения параметров системы  $p, h, \omega$ . Третье слагаемое выражения (2) повторяет характер внешней нагрузки, создаваемой балансирующим устройством; минимизация остальных слагае-

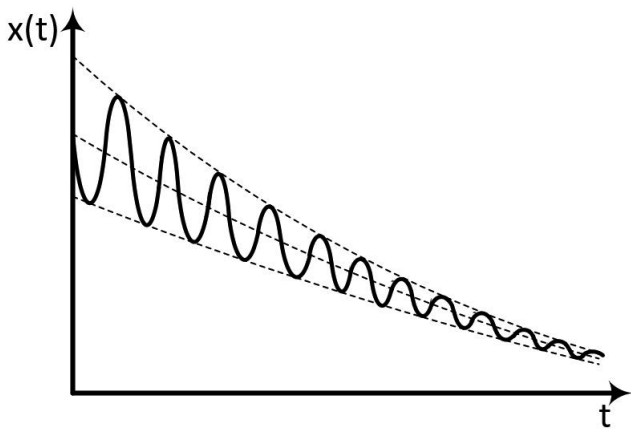


Рис. 4

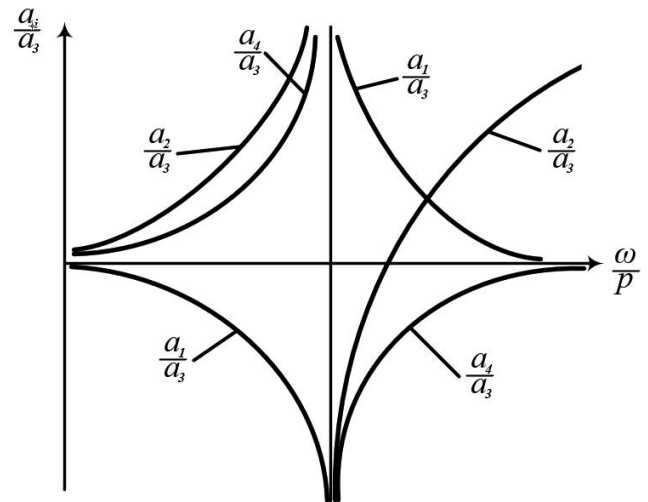


Рис. 5

$$a_1 = x_0 \left\{ 1 - \frac{1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2 + \frac{h}{p} \cdot \frac{\omega}{p} \operatorname{tg} \alpha}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{h}{p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} \right\}$$

$$a_2 = x_0 \left\{ \frac{\frac{\Omega}{p} + \frac{\omega}{2p} + \frac{h}{p}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{p}\right)^2}} + \frac{1}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{h}{p}\right)^2 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{h}{p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \right\}}} \times \right. \\ \left. \times \left\{ \frac{\omega}{p} \left[ \left[1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2\right] \operatorname{tg} \alpha - \frac{h}{p} \cdot \frac{\omega}{p} \right] - \frac{2h}{p} \left[ 1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2 + \frac{h}{p} \cdot \frac{\omega}{p} \operatorname{tg} \alpha \right] \right\} \right\}$$

$$a_3 = x_0 \frac{1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{h}{p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \right\} \operatorname{cosa}}$$

$$a_4 = x_0 \frac{\frac{h}{p} \cdot \frac{\omega}{p}}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{2p}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{h}{p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \right\} \operatorname{cosa}}$$

Таблица 1

$\frac{p}{\omega}$	0	$\frac{h}{p}$	1	$2_{-0}$	$2_{+0}$	$\frac{p}{h}$	$\infty$
$\frac{a_4}{a_3}$	0	$\left(\frac{h}{p}\right)^2$	$\frac{4}{3} \frac{h}{p}$	$+\infty$	$-\infty$	$-4 \left(\frac{h}{p}\right)^2$	$0_{-0}$

мых приводит к уменьшению времени, затрачиваемого на балансировку.

В таблице 1 показано соответствие отношения коэффициентов

$$\frac{a_4}{a_3}$$

уравнения (2) при различных значениях отношения частот вынужденных и собственных колебаний.

На рис. 5 представлены графики относительных амплитуд слагаемых, входящих в состав выражения (2). Слагаемые  $a_1 e^{-ht} \cos \sqrt{p^2 - h^2} t$  и  $a_2 e^{-ht} \sin \sqrt{p^2 - h^2} t$  со временем убывают. Так, для  $\omega = 13$  об/мин. и  $h = 575$  л/сек при  $t$

$= 0,03$  сек  $e^{-ht} = 0,02$  мкм. Коэффициент же  $a_4$  при реально возможных внешних частотах может быть довольно большим (таблица 1).

Как видно из рис. 4, 5 и табл. 1, балансировка без отрицательных последствий для качества шлифования в процессе обработки возможна только при высокой жесткости системы и высоком коэффициенте демпфирования. При отсутствии точных данных по жесткости и демпфированию для конкретного станка следует либо провести пробное шлифование деталей, либо на стадии проектирования выполнить уточняющий расчет многомассовой модели в широком диапазоне значений жесткости и демпфирования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kholopov V. A., Kashirskaya E. N., Kushnir A. P., Kurnasov E. V., Ragutkin A. V., Pirogov V. V. Development of digital machine-building production in the Industry 4.0 concept // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2018. Т. 47. № 4. С. 380–385. DOI: 10.3103/S1052618818040064.
2. Holopov V., Kushnir A., Kurnasov E., Ganichev A., Romanov A. Development of digital production engineering monitoring system based on equipment state index // Proceedings of the 2017 IEEE Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conference, ElConRus 2017. IEEE, 2017. С. 863–868. DOI: 10.1109/ElConRus.2017.7910692.
3. Kashirskaya E. N., Kholopov V. A., Shmeleva A. G., Kurnasov E. V. Simulation model for monitoring the execution of technological processes // Proceedings of 2017 IEEE2nd International Conference on Control in Technical Systems, CTS2017. IEEE, 2017. С. 307–310. DOI: 10.1109/CTSUS.2017.8109553.
4. Kashirskaya E. N., Kurnasov E. V., Kholopov V. A., Shmeleva A. G. Methodology for assessing the implementation of the production process // Proceedings of 2017 IEEE2nd International Conference on Control in Technical Systems, CTS2017. IEEE, 2017. С. 232–235. DOI: 10.1109/CTSUS.2017.8109533.
5. Курнасов Е. В., Тен В. Э. Алгоритмы анализа и контроля эффективности автоматизированных технологических процессов // Автоматизация и современные технологии. 2014. № 12. С. 21–25.

© Каширская Елизавета Натановна ( liza.kashirskaya@gmail.com ), Самусев Сергей Александрович ( sa.samusev@gmail.com ).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»