

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ РАСХОДУЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ АВТОПРОМА

## MATHEMATICAL MODELS OF THE CONSUMABLE MATERIALS INVENTORY MANAGEMENT SYSTEM AT AUTOMOTIVE ENTERPRISES

V. Antipenko  
N. Babich

*Summary.* During the years of operation, engineering enterprises often accumulate excess stocks of resources, both initial material resources and finished products, which lie in warehouses, become morally and physically obsolete, losing their value, and actually freeze the funds invested in them. Purpose: improving the efficiency of spare parts inventory management systems for special-purpose machines. Task: solved by building models, their algorithmization and optimization. Hypothesis: Lack of inventory can disrupt the sustainability of production and can lead to downtime and losses. Excess stock leads to higher production costs and worsens economic performance. Therefore, there is some cost-optimal inventory level. Methods: the problem of logistics is solved — to find the optimal combination of these conflicting requirements using the methods of stochastic approximation. The published data show that there is a gap between the theory and practice of inventory management. Therefore, the main problem of optimizing inventory levels is to find such a level that would ensure economic efficiency and continuity of the production process with the minimum required level of inventory at the enterprise. We confine ourselves to considering the theory of inventory management in warehouses of production systems. Results: practical optimization problems for 3 industrial facilities are solved.

*Keywords:* optimization, logistics, algorithms, mathematical model, transport.

**Антипенко Виталий Сафронович**

Д.т.н., доцент, ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта»  
antipenkovs7@mail.ru

**Бабич Николай Сергеевич**

Аспирант, ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта»  
babichnikolay35@gmail.com

*Аннотация.* На предприятиях машиностроения, за годы работы нередко накапливаются излишние запасы ресурсов, как исходных материальных ресурсов, так и готовой продукции, которые пролеживают на складах, морально и физически устаревают, теряя свою стоимость, и фактически замораживают вложенные в них средства. Цель: повышение эффективности систем управления запасами запасных частей для машин специального назначения. Задача: решается путем построения моделей, их алгоритмизации и оптимизации. Гипотеза: Отсутствие запасов может нарушить устойчивость производства и может привести к простоям и убыткам. Избыточный запас приводит к удорожанию производства, ухудшает экономические показатели. Следовательно, существует некоторый оптимальный по затратам уровень запаса. Методы: решается задача логистики — найти оптимальное сочетание указанных противоречивых требований методами стохастической аппроксимации. Опубликованные данные показывают, что имеет место разрыв между теорией и практикой управления запасами. Поэтому главная проблема оптимизации уровней запасов заключается в нахождении такого их уровня, который позволял бы обеспечить экономическую эффективность и бесперебойность процесса производства при минимально необходимом уровне запасов у предприятия. Ограничимся рассмотрением теории управления запасами на складах производственных систем. Результаты: решены практические задачи оптимизации для 3-х промышленных объектов.

*Ключевые слова:* оптимизация, логистика, алгоритмы, математическая модель, транспорт.

## Введение

**В** развитых странах Европы, США и Японии «...доля продукции товародвижения составляет более 20% валового национального продукта. При этом структура таких расходов из указанной части объема ВВП следующая:

- ◆ на издержки на содержание запасов сырья, материалов, полуфабрикатов, готовой продукции — 44%,
- ◆ на складирование и экспедирование — 16%,
- ◆ на магистральные перевозки грузов — 23%,
- ◆ на технологические перевозки грузов — 9%,
- ◆ на организацию сбыта готовой продукции — 8%»

По опубликованным данным, «... в западных странах и Японии расходы на материально-техническое обеспечение и транспортировку составляют 30–40% стоимости конечного продукта. Почти половина этих расходов приходится на хранение и содержание запасов материальных ресурсов». Существенное снижение уровня запасов обеспечит повышение конкурентоспособности продукции [1,2,5–7,12,13].

## Материалы и методы

При построении математических моделей системы управления запасами (СУЗ) предпочтение отдается стохастическим моделям, как наиболее адекватным реаль-

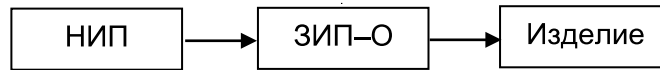


Рис. 1. Одноуровневая линейная структура системы обеспечения изделия одиночным комплектом ЗИП, где: НИП–неисчерпаемый источник пополнения запасов; ЗИП–О — одиночные комплекты ЗИП.

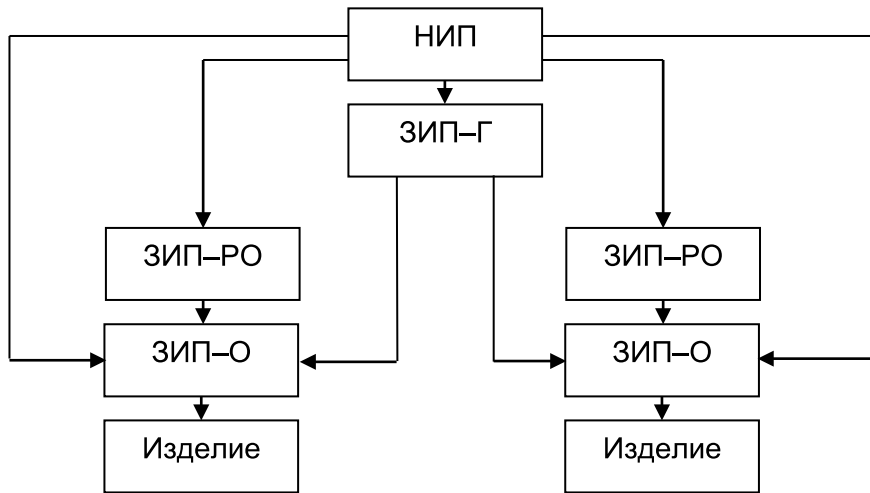


Рис. 2. Трёхуровневая структура обеспечения изделий с восстановлением элементов ЗИП–О где: ЗИП–РО — комплект ЗИП для ремонтного органа.

ным условиям функционирования сложных технических производственных систем. Согласно большинству опубликованных в последнее время работ в моделях управления запасами можно выделить следующие элементы: спрос — динамика расхода запаса на складе предприятия, величина заказа на пополнения запаса на складе и время задержки выполнения заказа. Спрос обычно носит случайный характер, причём функция плотности распределения вероятностей (ФПРВ) требуемых значений априори неизвестна, не говоря уже о численных значениях её параметров. Заявки на пополнение склада выполняются со случайным временем задержки, причём о ФПРВ времени задержки, как правило отсутствует информация не только о её параметрах, но и о принадлежности к тому или иному классу. Функции распределения спроса и времени задержки априори произвольны и неизвестны, и зачастую не унимодальные. Важное значение имеет как величина заказа, так и момент его запроса. В этих условиях естественно воспользоваться современными методами информационных технологий, в частности, алгоритмами стохастической аппроксимации. Рассматривается работа системы управления запасами запасных частей на предприятии автостроения. Это типичная задача логистики, и для оптимизации уровня запаса используются технико-экономические характеристики объектов управления и наиболее гибкая стратегия управления запасами (УЗ) из класса простейших —  $(s, S)$

стратегия [1,2], с применением методов стохастической аппроксимации [3,4] для установления оптимальных значений уровней  $s$  и  $S$ .

Опубликованные работы [5–7] показывают, что имеет место разрыв между теорией и практикой управления запасами. Поэтому главная проблема оптимизации уровней запасов заключается в нахождении такого их уровня, который позволял бы обеспечить экономическую эффективность и бесперебойность процесса производства при минимально необходимом уровне запасов у предприятия. [8–13]

В качестве стратегии управления запасами выбрана  $(s, S)$  — стратегия, как наиболее гибкая из класса простейших [1], со случайным спросом и случайным временем задержки [1,3].

Построенная авторами модель СУЗ с использованием  $(s, S)$  — стратегии на основе стохастических методов [3], позволила оптимизировать  $s, S$  — уровни запасов инструментов и принадлежностей (ЗИП) на складе предприятия. На рисунках 1 и 2 представлена, как одноуровневая, так и 3-х уровневая система обеспечения отдельных изделий одиночными комплектами ЗИП–О из завода, склада, базы и т.п., ограниченность которых не учитывается при расчете показателей уровня комплекта ЗИП данного изделия.

В модели работы склада учитываются основные виды затрат:

1. функции  $h$ -затраты на хранение, зависящие от уровня запаса,  $d$ -затраты на дефицит,  $c$ -затраты на пополнение уровня запаса; указанные виды затрат зависят соответственно от уровня запаса  $u$ , динамики случайного спроса  $x$ , величины дефицита и величин поставляемых партий запасов;
2. учитывается стохастичность априорной информации о запасах, спросе, времени задержки пополнения запаса, рассматриваются текущие затраты и математическое ожидание величины суммарных затрат.
3. предполагая существование эффективных  $(s, S)$  значений в качестве критерия эффективности, построен функционал качества  $I(s, S)$  (формула (1), где  $(s', S')$  набор текущих фактических значений. Указанные выше виды затрат зависят соответственно от уровня запаса  $u$ , динамики случайного спроса  $x$ , величины дефицита и величины поставляемых партий.

Критерий эффективности имеет смысл среднеквадратичного отклонения затрат при случайных фактических значениях уровней  $(s', S')$ , от затрат при искомым оптимизируемых значениях уровней  $(s, S)$  [1–4]:

$$I(s, S) = M_{s', S'} \{ [z(s', S') - z(s, S)]^2 \} \rightarrow \min_{s, S}$$

В системе с мгновенными поставками дефицит возможен только при  $s < 0$ . Если в системе существует задержка, то и при  $s > 0$  может появиться дефицит. В работе рассмотрены и другие иерархические структуры системы управления запасами (СУЗ) запчастей и принадлежностей (ЗИП).

Известно, что в рамках  $(s, S)$ -стратегии при  $u \geq s$  система не реагирует на спрос, а при  $u < s$  посылается заказ на пополнение запаса в размере  $(S-u)$ , который при нулевой задержке поступает «мгновенно» на склад.

Моделью с нулевым временем задержки можно пользоваться, если время доставки заказа на склад меньше интервала времени между двумя заявками. Здесь же рассматривается более общая СУЗ со случайным временем задержки доставки заказа. Неудовлетворенные заявки не покидают систему, а ждут, пока дефицит запаса не будет устранен очередной поставкой. Все исследование проводится для дискретного спроса.

На рис. 3–5 приведены результаты вычислений  $s$  и  $S$  для различных объектов ЗИП на предприятии. Со-

шедшие значения отвечают оптимальной стратегии управления запасами выбранных объектов.

$$S[p] = S[p-1] - \gamma_1[p][Z(s'[p], S'[p]) - Z(s[p-1], S[p-1])] * \frac{\partial z}{\partial s}(s[p-1], S[p-1]) \quad (2)$$

$$s[p] = s[p-1] - \gamma_2[p][Z(s'[p], S'[p]) - Z(s[p-1], S[p-1])] * \frac{\partial z}{\partial s}(s[p-1], S[p-1]) \quad (3)$$

Искомые оптимальные значения  $(s, S)$  доставляют  $\min I(s, S)$  критерию качества (формулы (2) и (3)).

Учитывая, что функции плотности распределения вероятностей (ФПРВ), как спроса, так и времени задержки, произвольны и априори не известны и не заданы в аналитическом виде, а их установление и обоснование является самостоятельной задачей, выходящей за рамки данной работы, и задача является существенно нелинейной, воспользуемся методами стохастической аппроксимации, оценивая искомые значения уровней  $(s, S)$ . При этом потребуются вспомогательные соотношения моделирующие динамику уровня запаса (формула (4)), средние затраты (формулы (5)–(6)) и оценку значения целевого функционала методами же стохастической аппроксимации (формула (7)).

Коэффициенты  $\gamma_i$  влияют на характер и скорость сходимости соответствующего рекуррентного соотношения. Их выбору посвящен большой объем литературы, они построены с учётом условий сходимости: (с одной стороны они должны уменьшаться, чтобы не проскочить экстремум, а с другой стороны должны уменьшаться не слишком сильно, чтобы за разумное время достигнуть экстремума [3]).

Динамика текущего уровня запасов описывается уравнением:

$$y_k(x[q], m) = y_{k-1}(x[\beta], m_{k-1}) + (S - y_{k-1}(x[\beta], m_{k-1})) * \operatorname{sgn}(s - y_{k-1}(x[\beta], m_{k-1})) - x[q] \varepsilon_k(x[q]) \quad (4)$$

Средние затраты характеризуются выражением

$$Z_q = M_x \{ Z(s, S) \} \quad (5)$$

и оцениваются рекуррентным соотношением

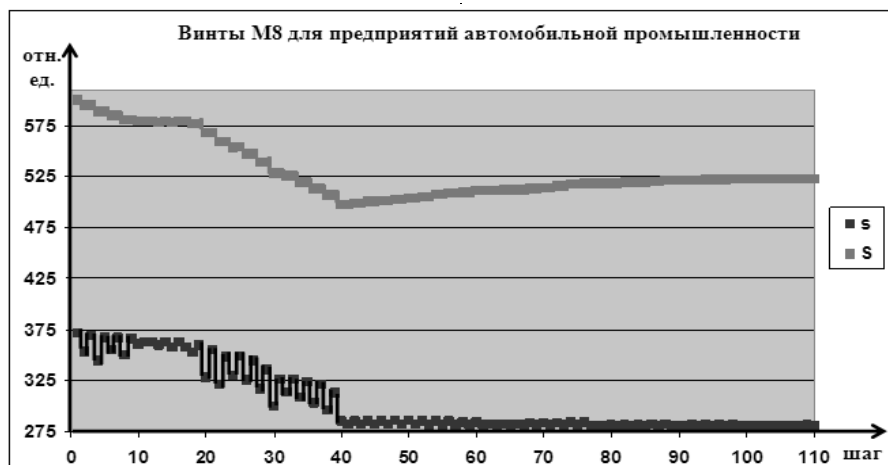


Рис. 3. График изменения уровней  $s, S$  запаса винтов M8 на складе предприятия автомобильной промышленности в процессе вычислений

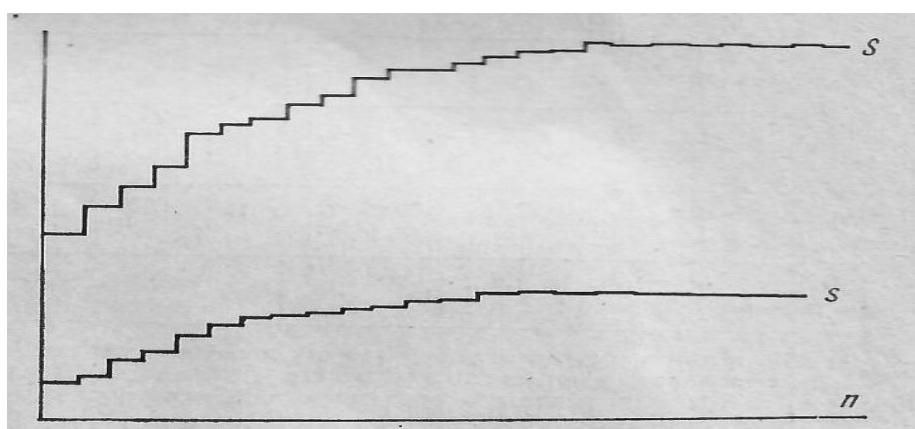


Рис. 4. График изменения уровней  $s, S$  (в относительных единицах по оси ординат) в функции от номера шага вычисления  $n$  на ЭВМ для запаса сверл  $d=1,8$  мм

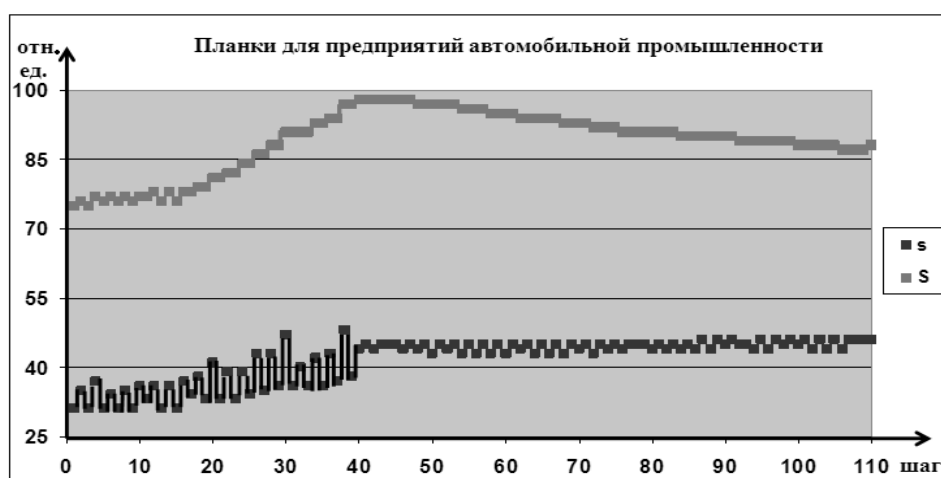


Рис. 5. График изменения уровней  $s, S$  запаса планок на складе предприятий автомобильной промышленности в процессе вычислений.

$$Z_q(l, L) = Z_{q-1}(l, L) - \gamma_3[q]\{h(y(x[q], m)) + \\ + d(-y(x[q], m))\operatorname{sgn}(y(x[q], m)) + \\ + c(S - y(x[q], m))\operatorname{sgn}(s - y(x[q], m)) - Z_{q-1}\} \quad (6)$$

Оценка значений критерия качества (целевого функционала) также рекуррентным соотношением

$$I_n = I_{n-1} - \gamma_4[n]\{[Z(s'[n], S'[n]) - \\ - Z(s[p], S[p])]^2 - I_{n-1}\} \quad (7)$$

Предлагаемая система управления запасами работает лишь с двумя уровнями запасов — минимальным  $s$  и максимальным  $S$ , чему она и обязана своим названием.

### Результаты и обсуждения

Приводим некоторые практические примеры применения рассмотренной математической модели оптимизации уровней запасов на ряде объектов:

В процессе вычислений в двух последних примерах учитывались затраты на организацию заказа, доставку, дефицит. Соответствующие стоимостные функции — линейные. Последнее не является принципиальным ограничением, а связано с особенностью рассматриваемых объектов. Модель работает для практически достаточно сложных стоимостных функций. Приведенные примеры являются иллюстрацией эффективности предложенной математической модели управления запасами в технических системах.

**Выводы.** В изложенной постановке удаётся получить решение указанного класса задач, причём:

1. отпадает необходимость в учёте временного распределения спроса, что существенно сокращает трудоёмкость сбора информации и дальнейших вычислений;
2. количество стоимостных функций можно увеличить, не меняя схемы решения;
3. можно решать задачи и для нелинейных стоимостных функций;
4. метод можно применять и к другим стратегиям управления запасами, в частности для случая изменяющихся  $s$ ,  $S$  от периода к периоду;
5. использование адаптивного подхода освобождает от необходимости предварительной обработки информации; позволяет получать решение в более широком классе функций по сравнению с аналитическим подходом; приводит к оптимальным решениям при статистически малом объёме информации, что важно в конкретных ситуациях, когда функционирование систем в режиме, далёком от оптимального, обходится недёшево; удобно для применения на ЭВМ, т.к. решение получается в виде рекуррентных соотношений.

Проблема оптимального управления запасами — как одна из проблем логистики, далека от своего завершения. В каждом отдельном случае нужно выбирать соответствующую наиболее подходящую стратегию управления запасами, и строить математическую модель СУЗ. Одной из наиболее удачных стратегий управления запасами является  $(s, S)$  стратегия из класса простейших.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Рыжиков Ю.И., Теория очередей и управление запасами. 2001, СПб., «Питер», 384с.
2. Рыжиков Ю.И., Численные методы теории очередей. 2019, М., «Лань», 512с.
3. Цыпкин Я.З., Информационная теория идентификации, М., Наука, 1995, 336 с
4. W.Feller, An introduction to probability theory and its applications volume 1,2. Third Edition, New York, 1970.
5. Bertazzi L., Paletta G., Speranza M.G. Deterministic Order-Up-To Level Policies in an Inventory Routing
6. Fumero F., Vercellis C. Synchronized Development of Production, Inventory and Distribution Schedules // Transp. Science. — 1999. — 33 (3). — P. 330–340
7. Бауэрсокс Доналд Дж., Клосс Дейвид Дж. Логистика интегрированная цепь поставок. 2-е изд. М.: ЗАО Олимп-Бизнес, 2008 г. — 640 с. Пер. с англ. Н.Н. Барышниковой, Б.С. Пинскера.
8. Внедрение электронного управления цепями поставок (E-SCM). Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», журнал «Логистика и управление цепями поставок», № : 4 (75) Год: 2016 Страницы: 41–51, ISSN: 2587–6775
9. Управление производством на базе стандарта MRP II, Гаврилов Д.А. 2008, 416с.
10. М. Кристофер. Логистика и управление цепочками поставок. 320с. 2004 г.
11. Логистика. Теория и практика. Основные и обеспечивающие функциональные подсистемы логистики., в 2ч. Ред. Аникин Б.А., Родкина Т.А., 2014 г., 603с.
12. Сток Дж.Р., Ламберт Д.М. Стратегическое управление логистикой. Пер. с 4-го англ. изд. — М.: ИНФРА-М, 2005, XXXII. — 797 с
13. Waters D. Global Logistics New directions in supply chain management / D. Waters., S. Rinsler CPI Group (UK), 2014. — 78 p