DOI 10.37882/2223-2966.2023.6-2.25

ПРИМЕНЕНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ РАЗМЕЩЕНИЯ

Николаев Константин Игоревич
Санкт-Петербургский государственный университет
kinikjs@gmail.com

Аннотация: В статье решается задача, в которой необходимо найти наилучшее местоположение для различных элементов цепи поставок. Решения таких задач носят долгосрочный характер и оказывают большое влияние на показатели компаний в течение долгого времени. В статье приводится задача о р-медиане, которая решается с помощью авторского эвристического муравьиного алгоритма. Был проведен ряд вычислительных экспериментов по определению параметров алгоритма, гарантирующих хорошее решение для большинства задач. Были проведены исследования зависимости времени работы алгоритма от количества итераций и степень улучшения решения в зависимости от количества итераций и количества муравьев.

Ключевые слова: задача размещения, алгоритм муравьиной колонии, задача о р-медиане, размещение элементов цепи поставок, эвристический алгоритм.

APPLICATION OF HEURISTIC ALGORITHMS IN SOLVING PLACEMENT PROBLEMS

K. Nikolaev

Summary: The article solves a problem in which it is necessary to find the best location for various elements of the supply chain. Solutions to such problems are long-term in nature and have a great impact on the performance of companies over a long period of time. The article presents the problem of p-median, which is solved using the author's heuristic ant colony algorithm. A number of computational experiments were carried out to determine the parameters of the algorithm that guarantee a good solution for most problems. Studies were carried out on the dependence of the algorithm running time on the number of iterations and the degree of improvement of the solution depending on the number of iterations and the number of ants.

Keywords: placement problem, ant colony algorithm, p-median problem, placement of supply chain elements, heuristic algorithm.

Введение

Задача размещения заключается в поиске наилучшего местоположения для каждого элемента цепочки поставок. Это могут быть производственные помещения, а также складские комплексы и распределительные центры, магазины розничной торговли, объекты сферы обслуживания и т.д. Решения о размещении объектов оказывают существенное влияние на деятельность компании в течение длительного периода времени из-за их долгосрочного характера. Многие компании упускают прибыль или вовсе терпят убытки из-за того, что качественно не занимаются оптимизацией распределения мощностей и цепочек поставок.

Большое количество задач размещения можно сформулировать и эффективно решить с помощью математических моделей оптимизации.

Проблема оптимизации конфигурации цепочек поставок относится к теории размещения объектов. Она возникла в 1909 г., когда немецкий ученый Альфред Вебер поставил задачу о размещении на плоскости фабрик, поставляющих продукцию определенному числу заказчиков [1]. Несмотря на существование задачи в течение длительного времени, единого подхода к оптимальному решению до сих пор не разработано [2].

В данной статье проводится исследование задачи оптимального размещения, разработка эвристического алгоритма решения, анализ чувствительности его параметров и сопоставление с точными алгоритмами решения.

Задача о р-медиане

Задача о р-медиане является дополнением простейшей задачи размещения [3] и отличается двумя аспектами: открытие элемента цепи не требует начальных затрат и существует ограничение сверху по количеству открываемых элементов. Моделируется задача поиска кластеризации с минимальной стоимостью и в строгом смысле она относится к классу NP-сложных задач.

$I = \{1, ..., n\}$ — набор расположений для р объектов;

$J = \{1, ..., m\}$ — множество клиентов;

z_i — матрицы расположения, где

$$z_i = \begin{cases} 1, \text{ если точка } i \in \mathrm{I} \text{ размещения предприятия} \\ \text{используется} \\ 0, \text{ если точка } i \in \mathrm{I} \text{ размещения предприятия} \\ \text{не используется} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если предприятием } i \text{ обслуживается} \\ \text{потребитель } j \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases}$$

g_{ij} — n x m матрица цены для удовлетворения i-го клиента j-ым объектом.

Задача в виде целочисленного линейного программирования:

$$F(z,x) = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} g_{ij}x_{ij} + \sum_{i\in I} c_i z_i \to \min$$

$$\sum_{i\in I} z_i = p;$$

$$\sum_{i\in I} x_{ij} = 1, j \in J, i \in I;$$

$$x_{ij} \le z_i, i \in I, j \in J;$$

$$x_{ij}, z_i \in \{0,1\}, \quad i \in I, j \in J$$

Необходимо разместить не более p объектов в точках I так, чтобы затраты при удовлетворении потребностей клиентов были минимальны.

Задачи дискретной оптимизации решаются как точными методами, так и эвристическими алгоритмами. Среди первых известны метод Лагранжевых релаксаций и метод ветвей и границ [4]. Однако не всегда требуются лучшие решения точных методов, так как их вычисление занимает существенно большее время. Среди эвристических алгоритмов наибольшую эффективность демонстрируют генетический алгоритм, метод имитации отжига и алгоритм муравьиной колонии.

Алгоритм муравьиной колонии

Муравьиный алгоритм моделирует поведение муравьев при поиске маршрутов в живой природе. Алгоритм использует искусственного муравья на каждой итерации для поиска решения задачи, т.е. искусственные муравьи являются вероятностной модификацией алгоритма жадного спуска, который строит решение на каждом шаге. На каждой итерации данные накапливаются и влияют на дальнейшие поиски. Критерий остановки определятся временем вычисления алгоритма, количеством итераций и т.д.

Для решения задачи о p-медиане алгоритм выглядит следующим образом.

I — множество объектов; I_s — из них открыто; p — количество лучших решений; пусть z решение задачи о p-медиане. $C_i \ge 0$ — постоянные расходы на открытие.

Феромоном для каждого i-го объекта на k-ой итерации муравьиного алгоритма будет являться α, который копится и хранится в векторе $\alpha_k = \alpha_{ik}, i \in I$.

Δf_{ik}— изменение целевой функции при закрытии объекта i на k-ом шаге. $\Delta f_{ik} \ge 0\ \forall i \in \hat{I}$, т.к. значение целевой функции f не убывает при закрытии объекта.

1. Определяем начальный уровень феромонов α, начальный рекорд $F = \infty$. Шаг k, $k > 1$.
2. Строим допустимые решения алгоритмом искусственного муравья:
— $I_s = I$;
— Если $|I_s| = p$, то End;
— Выбираем закрываемый объект. Вероятность закрытия i-го объекта:

$$p_i = \frac{\alpha_i(\Delta f_{\max} - \Delta f_i + \varepsilon)}{\sum_{k\in I_s}\alpha_{ik}(\Delta f_{\max} - \Delta f_k + \varepsilon)}, i \in I_s$$

— Переопределяем открытые объекты I_s.
— $k = k + 1$.
3. Выбираем среди них t лучших решений по целевой функции; f^* — рекорд итерации.
4. Определяем частоту γ_i при попадании объекта i в лучшие решения;
5. Обновляем вектор феромонов $\alpha_{i,k+1}$,

$$\alpha_{i,k+1} = \frac{\alpha_{\min} + q^{\gamma_i}(\alpha_{ik} - \alpha_{\min})}{\beta_k}, i \in I$$

где β_k — коэффициент испарения феромона; $q \in [0, 1]$.
Чем чаще объект попадает в t лучших решений, тем меньше соответствующее значение α_i.
6. Если $f^* < F$, то $F = f^*$;
7. Если критерий остановки выполняется, то End.
8. $k = k + 1$.

Результаты

Была произведена программная реализация описанного алгоритма и его настройка для определения параметров, гарантирующих хорошее поведение алгоритма на большинстве задач. Использовались случайным образом сгенерированные матрицы разных размерностей.

Исследовалось время, с которым алгоритм искал оптимальное решение в зависимости от различных значений коэффициента испарения феромона.

Для задачи размерностью 30 x 30 можно сделать вывод, что алгоритм работает за лучшее время при $\beta = 0{,}95$.

Также была получена зависимость времени работы от количества шагов алгоритма.

Также был проведен эксперимент, показывающий зависимость улучшения решения от количества шагов и количества муравьев в алгоритме. Вычисления проводились для нескольких задач одинаковой размерности. В таблице указаны средние значения.

Таблица 1.

Зависимость времени поиска решения от коэффициента испарения феромона β

№ эксперимента	Коэффициента испарения феромона					
	β = 0,3	β = 0,5	β = 0,8	β = 0,9	β = 0,95	β = 1
1	213,31	187,83	163,41	132,95	112,41	137,58
2	207,17	178,11	154,20	136,69	115,53	135,86
3	205,78	174,75	158,48	137,71	117,64	142,79
4	204,32	182,26	162,34	131,66	112,50	130,42
5	195,23	190,87	160,47	134,50	112,95	142,54
6	205,32	192,53	162,27	126,28	116,89	143,71
7	193,56	176,78	160,54	132,43	118,32	138,47
8	197,55	194,18	153,51	135,27	114,32	130,77
9	194,54	181,90	164,15	135,28	112,52	131,61
10	206,46	190,57	165,86	125,58	118,73	134,24
Среднее	202,32	184,98	160,52	132,84	115,18	136,80

Для задачи размерностью 30 х 30 можно сделать вывод, что алгоритм работает за лучшее время при β = 0,95.

Также была получена зависимость времени работы от количества шагов алгоритма.

Таблица 2.

Зависимость времени работы от количества шагов алгоритма

Количество шагов	Размерность задачи				
	10x10	15x15	20x20	25x25	30x30
1	0,1338	0,9449	2,8048	5,3176	11,6199
2	0,3180	1,8983	6,3696	11,5116	24,9411
3	0,4787	2,8853	9,6564	17,6186	38,2909
4	0,6743	3,8443	12,8759	23,4735	51,0739
5	0,8757	4,8253	16,1642	29,1553	64,3394
10	1,7395	9,6824	33,3571	57,6596	129,4946
15	2,6552	14,5618	50,6101	86,3024	195,0345
20	3,5694	19,3192	65,4072	115,2489	258,9505
30	5,4799	28,6238	93,0114	172,8246	388,3142
40	7,3093	37,7838	120,9621	230,3010	518,4842

Также был проведен эксперимент, показывающий зависимость улучшения решения от количества шагов и количества муравьев в алгоритме. Вычисления проводились для нескольких задач одинаковой размерности. В таблице указаны средние значения.

Таблица 3.

Зависимость решения от количества шагов и количества муравьев в алгоритме

Количество шагов	Количество муравьев в алгоритме				
	10	20	30	40	50
10	864,7841	854,1308	854,0306	852,1502	849,3573
20	860,58	855,4024	853,2504	846,5348	843,3337
30	846,4982	844,7863	846,3731	841,7648	824,7844
40	841,1924	840,0439	830,8657	827,2101	814,3598
50	838,5238	832,2139	820,7518	818,2958	792,2995
100	816,4448	791,7299	789,4459	785,8372	785,0657
150	794,2218	786,6875	783,7745	777,4586	774,4961
200	788,5313	777,3867	778,0209	777,0358	776,6366

Можно сделать вывод, что количество шагов в большей степени влияет на нахождение оптимального решения, чем количество муравьев

Также проведено сравнение точных решений полученных методом ветвей и границ и решений, полученных муравьиным алгоритмом.

Были получены значения ошибок приближенного алгоритма в сравнении с точным.

Таблица 4.

Сравнение решений метода муравьиной колонии и метода ветвей и границ

	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	% отклонения
ММК 10x10	1108	735	912	869	736	0,00%
МВиГ 10x10	1108	735	912	869	736	
ММК 40x40	766	915	941	983	1117	0,00%
МВиГ 40x40	766	915	941	983	1117	
ММК 60x60	872	823	969	1024	1060	0,13%
МВиГ 60x60	871	821	967	1024	1059	
ММК 70x70	927	1072	877	984	1062	0,30%
МВиГ 70x70	925	1068	871	983	1060	
ММК 80x80	984	1058	925	1090	968	0,80%
МВиГ 80x80	982	1047	913	1082	961	
ММК 90x90	1015	945	1121	893	1130	1,43%
МВиГ 90x90	999	923	1113	879	1117	
ММК 100x100	1029	1039	1083	960	890	2,30%
МВиГ 100x100	1001	1020	1065	929	871	

Можно сделать вывод, что при увеличении размерности точность муравьиного алгоритма становится хуже. Однако для матриц с размерностью до 40x40 решения является точными. Максимальное отклонение в 2,3 %

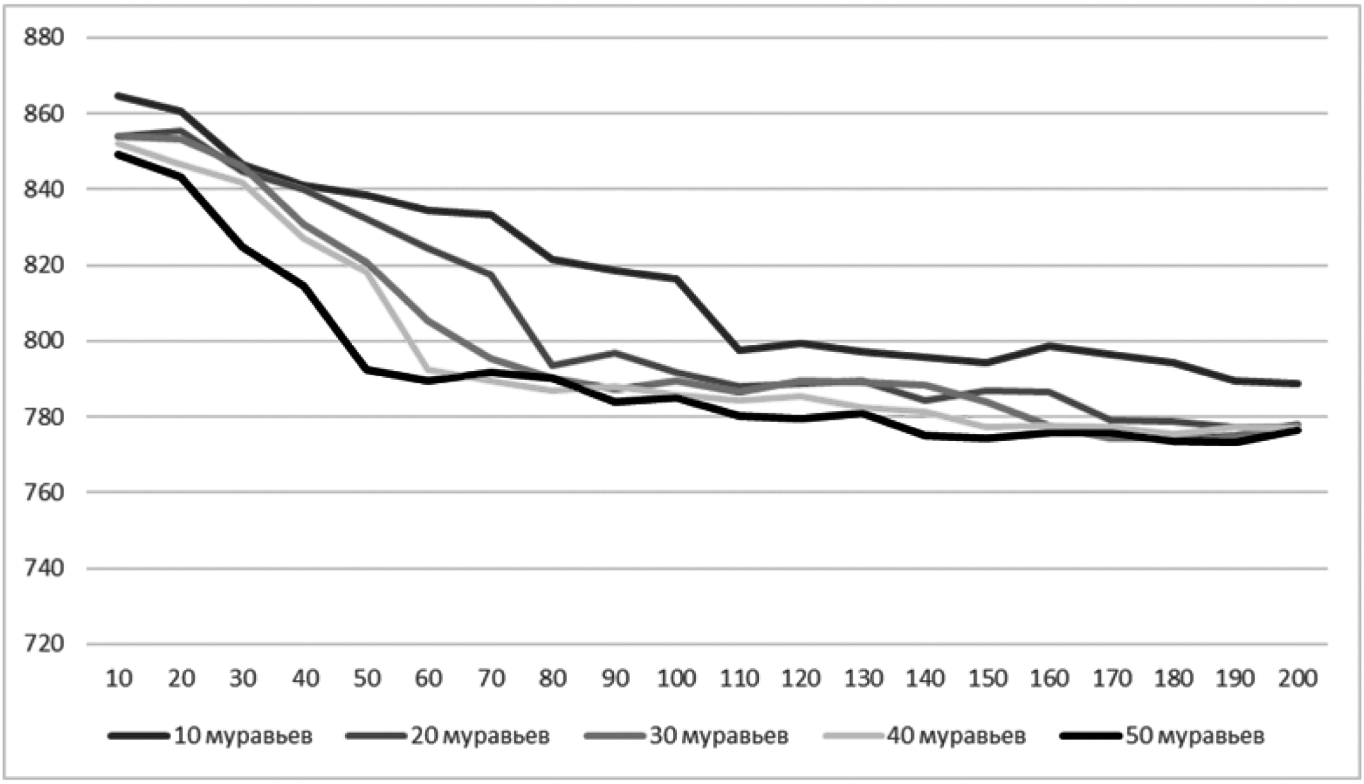

Рис. 1. Зависимость решения от количества шагов и количества муравьев

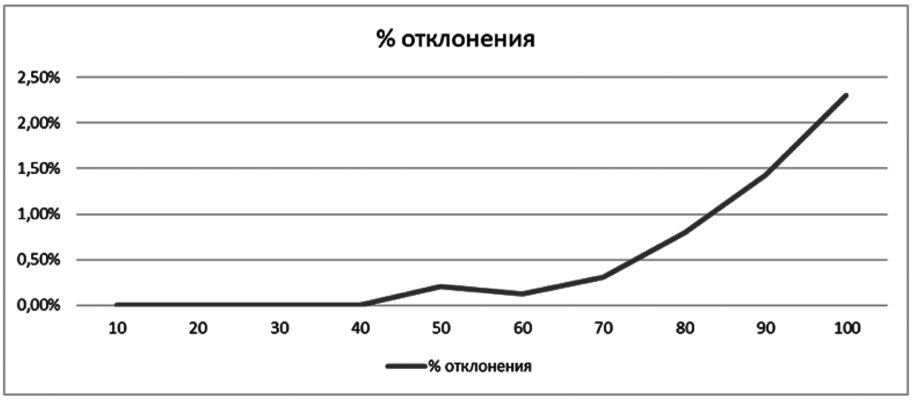

Рис. 2. Отклонения решений ММК от МВиГ в зависимости от размерности задачи

от решений точного алгоритма говорит о хороших результатах, которые показывает муравьиный алгоритм.

Заключение

В данной статье проведено исследование модели размещения элементов цепи поставок и методов их решения на примере эвристического алгоритма муравьиной колонии.

Разработан реализован алгоритм для нахождения оптимального решения задачи размещения элементов цепи поставок. Проведен анализ чувствительности параметров, тесты на производительность, сравнение полученных результатов с точными методами. Сформулированы соответствующие выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Weber A. Über den Standort der Industrie. Teil I: Reine Theorie des Standorts // J.C.B.Mohr, Tübingen, 1909.
2. Fekete, S.P., Mitchell, J.S.B, Beurer, K.: On the continuous Fermat-Weber problem // Operations Research, 53, 61–76, 2005.
3. Sridharan R. The capacitated plant location problem // European Journal of Operational Research. v87, 203–213, 1995.
4. Mirchandani P.B., Francis R.L. Discrete Location Theory // John Wiley & Sons, 1990.

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»