DOI 10.37882/2223-2966.2024.04.24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИРКАЛУНАРНОГО И ЦИРКАТИДАЛЬНОГО БИОРИТМОВ МОРСКИХ ОРГАНИЗМОВ

MATHEMATICAL MODELLING OF CIRCALUNAR AND CIRCATIDAL BIORHYTHMS OF MARINE ORGANISMS

M. Perfileev
A. Simakina

Summary. This work belongs to the fields of mathematical biology and hydrobiology and is devoted to mathematical modelling of the circalunar and circatidal biorhythms of marine organisms. In the course of the work, the mathematical apparatus of differential and recurrent equations was used, and the concepts of physical kinetic and potential energies were generalized for the case of biological rhythms. Taking into account high stability of the lunar-monthly and lunar-daily rhythms (due to astronomical accuracy of the Moon's motion), an analogue of the virial theorem for the considered biorhythms has been formulated here.

Keywords: circalunar rhythm, circatidal rhythm, differential equation, recurrence equation, addition of oscillations, virial theorem.

Перфильев Михаил Сергеевич
Научный сотрудник, Восточно-сибирский филиал Всероссийского научно-исследовательского института физико-технических и радиотехнических измерений, г. Иркутск
perfmihserg18011985@mail.ru
Симакина Александра Андреевна
Иркутский государственный медицинский университет
aleksandrasimackina@yandex.ru

Аннотация. Данная работа относится к областям математической биологии и гидробиологии и посвящена математическому моделированию циркалунарного и циркатидального биоритмов морских организмов. В ходе работы использован математический аппарат дифференциальных и рекуррентных уравнений, а также произведено обобщение понятий физических кинетической и потенциальной энергий для случая биологических ритмов. С учетом высокой стабильности лунно-месячного и лунно-суточного ритмов (ввиду астрономической точности движения Луны) сформулирован аналог теоремы о вириале для рассматриваемых биоритмов.

Ключевые слова: циркалунарный ритм, циркатидальный ритм, дифференциальное уравнение, рекуррентное уравнение, сложение колебаний, теорема о вириале.

Введение

Биоритмами называют повторения интенсивности или скорости какого-либо физиологического процесса, которые наступают приблизительно через равные промежутки времени, то есть фактически являются автоколебаниями в биологических системах [1].

Биоритмы проявляются на всех уровнях организации живой природы, их формирование тесно связано с эволюционным процессом живых организмов [14]. Биологические ритмы помогают организму согласовать свою жизнедеятельность с условиями окружающей среды и могут быть классифицированы по источнику их происхождения, выполняемой ими функции, продолжительности их периода [3].

Любой биоритм имеет мезор — уровень некоторого среднего показателя, акрофазу max (момент времени в рамках периода, когда отмечается максимальное значение показателя) и акрофазу min (момент времени в периоде, в который отмечается минимальное значение показателя) [5].

Целью данной работы является математическое исследование биоритмов, связанных с гравитационным воздействием Луны, на живые организмы моря и прибрежной территории. Эти типы ритмов являются достаточно точными, что позволяет использовать математические методы, предназначенные для описания гармонических колебаний. Также в работе предпринята попытка обобщить физическую теорему о вириале для случая колебательных процессов в биологии.

Подобного рода исследования очень актуальны для хронобиологии, гидробиологии и хрономедицины (учитывая возможное влияние лунных ритмов на здоровье человека [4], что до сих пор является предметом научных споров). В качестве методов в работе были использованы математический аппарат дифференциальных и рекуррентных уравнений и положения теоретической физики.

Моделирование лунно-месячного и лунно-суточного ритмов. Рассмотрим свободные одномерные гармонические колебания, происходящие вдоль оси x около положения равновесия. Такие колебания можно описать однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + w_0^2\xi = 0, \quad (1)$$

где ξ — смещение относительно положения равновесия в момент времени *t*.

Решение этого уравнения можно записать в форме

$$\xi = A\cos\left(w_0 t + \varphi_0\right), \tag{2}$$

где A — амплитуда колебаний, φ_0 — начальная фаза колебаний, w_0 — циклическая частота колебаний, которая определяется упругими свойствами системы независимо от ее физической природы. Амплитуда и начальная фаза колебаний определяются лишь начальными условиями, а между периодом колебаний T, частотой ν и циклической частотой w_0 существует связь $T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{w_0}$[9].

Также подобного рода колебания можно описать неоднородным рекуррентным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$N_{n+2} - \alpha N_{n+1} + \beta N_n = \lambda, \tag{3}$$

где α, β, λ — некоторые положительные вещественные параметры, $n = 0;1;2;3;4\ldots$

При $\beta = 1$ и $\alpha < 2$ это уравнение имеет волновое решение:

$$N_n = \frac{\lambda}{2-\alpha} + \\ +\sqrt{D_1^2 + D_2^2}\,sin\left(n\cdot arctg\frac{\sqrt{4-\alpha^2}}{\alpha} + arctg\frac{D_1}{D_2}\right), \tag{4}$$

где D_1, D_2 — некоторые константы, которые можно найти при помощи начальных условий $N_0 = \eta$; $N_1 = \zeta$ (т. е. решив систему, составленную из двух уравнений).

При этом циклическая частота синусоидальных колебаний величины N_n равна:

$w = arctg\frac{\sqrt{4-\alpha^2}}{\alpha}$, частота $\nu = \frac{1}{2\pi}arctg\frac{\sqrt{4-\alpha^2}}{\alpha}$, период $T = \frac{2\pi}{arctg\frac{\sqrt{4-\alpha^2}}{\alpha}}$, амплитуда $A = \sqrt{D_1^2 + D_2^2}$, начальная фаза колебаний $\varphi_0 = arctg\frac{D_1}{D_2}$ [10].

Рассмотрим биоритмы, которые связаны с гравитационным влиянием Луны на морские организмы (световое влияние луны также имеет место, но проявляется значительно слабее).

Циркалунарный (лунно-месячный) ритм с периодом 29,53 суток соответствует периодичности изменения уровня морских приливов и проявляется в цикле размножения животных и растений моря, ритмичности вылупления насекомых в прибрежной зоне [13]. Решив численными методами уравнение для периода колебаний

$$\frac{2\pi}{arctg\frac{\sqrt{4-\alpha^2}}{\alpha}} = 29{,}53, \tag{5}$$

получим значение $\alpha \approx 1{,}955$. Соответствующее циркалунарному ритму рекуррентное уравнение имеет вид:

$$F_{n+2} - 1{,}955F_{n+1} + F_n = \lambda, \tag{6}$$

где F — некоторая физиологическая функция организма.

Соответствующее этому ритму дифференциальное уравнение имеет форму:

$$\frac{d^2f}{dt^2} + 0{,}0453f = 0, \tag{7}$$

так как циклическая частота колебаний физиологической функции f равна:

$$w_0 = 0{,}2128\,\frac{\text{радиан}}{\text{сутки}}.$$

Циркатидальный (лунно-суточный) ритм [11] имеет период 24,8 часа и проявляется в колебаниях активности морских организмов, распределении в толще воды морских животных, открывании и закрывании створок моллюсков.

Решением уравнения для периода колебаний:

$$\frac{2\pi}{arctg\frac{\sqrt{4-\alpha^2}}{\alpha}} = 24{,}8 \tag{8}$$

является значение $\alpha \approx 1{,}936$. Тогда соответствующее циркатидальному ритму рекуррентное уравнение имеет форму:

$$F_{n+2} - 1{,}936F_{n+1} + F_n = \lambda, \tag{9}$$

а дифференциальное уравнение имеет вид:

$$\frac{d^2f}{dt^2} + 0{,}064f = 0, \tag{10}$$

(частота колебаний некоторой физиологической функции f равна w_0=0,253 радиан/час).

Для согласования единиц измерения переведем циклическую частоту лунно-суточного ритма в $6{,}0805\,\frac{\text{радиан}}{\text{сутки}}$. Пусть две одноименные физиологические функции f_1 и f_2 в соответствии с циркалунарным и циркатидальным ритмами колеблются по закону косинуса около своих средних значений S_1 и S_2 соответственно:

$$f_1 = S_1 + A_1 \cos(0{,}2128t),$$

$$f_2 = S_2 + A_2 \cos(6{,}0805t + \Delta\varphi), \quad (11)$$

где $\Delta\varphi$ — сдвиг фаз между этими колебаниями. Тогда по аналогии со сложением колебаний в физике [7] результирующая функция f запишется как:

$$f = S_1 + S_2 + A_1 \cos(0{,}2128t) + \\ + A_2 \cos(6{,}0805t + \Delta\varphi). \quad (12)$$

Движение луны подчинено астрономическим законам, поэтому связанные с луной биоритмы являются достаточно точными. Поэтому в данном случае можно провести аналогию с колебаниями пружинного маятника. Роль коэффициента жесткости k пружины [6] играет упругость биологической системы, которую обозначим γ. Упругость системы является коэффициентом пропорциональности между оказываемым на нее воздействием и смещением некоторого показателя этой системы под влиянием этого воздействия. Роль массы m играет инертность системы, обозначим ее i (в классической физике масса определяет инертные свойства тела и является коэффициентом пропорциональности между действующей на тело силой и вызываемым ею ускорением [2]). Тогда по аналогии с физикой [8] можно записать аналоги кинетической энергии биологической колебательной системы:

$$K = \frac{1}{2} i \left(\frac{df}{dt} \right)^2 \quad (13)$$

и ее потенциальной энергии:

$$\Pi = \frac{\gamma f^2}{2}, \quad (14)$$

где f — отклонение некоторой физиологической функции от ее среднего значения.

По-видимому, для достаточно точных биоритмов можно использовать теорему о вириале, применяемую в различных разделах физики [12] для стабильной системы. Известно, что для гармонического осциллятора вириальная теорема записывается в форме:

$$\langle T \rangle = \langle U \rangle, \quad (15)$$

где <T> и <U> — средние полные кинетическая и потенциальная энергии системы соответственно [15]. В данном случае:

$$\left\langle \frac{1}{2} i \left(\frac{df}{dt} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \frac{\gamma f^2}{2} \right\rangle. \quad (16)$$

Если записать функцию f как $f = A\cos(wt + \varphi_0)$, то получим равенство:

$$\left\langle \frac{i}{2} A^2 w^2 \left(\sin(wt + \varphi_0) \right)^2 \right\rangle = \\ = \left\langle \frac{1}{2} \gamma A^2 \left(\cos(wt + \varphi_0) \right)^2 \right\rangle, \quad (17)$$

где w — циклическая частота циркалунарного либо циркатидального биоритмов.

Заключение

Таким образом, в данной работе проведено математическое моделирование лунно-месячного и лунно-суточного биоритмов морских организмов при помощи дифференциальных и рекуррентных уравнений. Предложены аналоги физических кинетической и потенциальной энергий для случая колебаний биологических параметров. Также в работе сформулирован аналог вириальной теоремы (применяемой в различных областях физики) для биоритмов, связанных с гравитационным воздействием Луны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агулова Л.П. Хронобиология: учебное пособие. — Томск: Томский государственный университет, 2013. — С. 13–14.
2. Денисов Ю.В., Клинских Н.А. Теоретическая механика: учебник. — Екатеринбург: УрФУ, 2013. — С. 210.
3. Детари Л., Карцаги В. Биоритмы: пер. с венг. Предисл. В.Б. Чернышева; Послесл. Ю.А. Романова. — Москва: Мир, 1984. С. 5–16.
4. Дубров А.П. Лунные ритмы у человека. — Москва: Медицина, 1990. — 160 с.
5. Ежов С.Н. Основные концепции биоритмологии // Вестник ТГЭУ. — 2008. — №2. — С. 104–121.
6. Иродов И.Е. Механика. Основные законы. — Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. — С. 47.
7. Кузнецов С.И. Колебания и волны. Геометрическая и волновая оптика: учебное пособие. — Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007.— С. 17–23.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Том I. Механика. — Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1988. С. 78–80.
9. Малышев Л.Г., Повзнер А.А. Избранные главы курса физики. Колебания и волны: учебное пособие. — Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2017. — С. 4–7.
10. Перфильев М.С. Дискретная математическая модель гармонических популяционных волн с перекрыванием двух поколений // Евразийский Союз Ученых. Серия: медицинские, биологические и химические науки. — 2023. — №2. — С. 27–31.
11. Путилов А.А. Камо грядеше, хронопсихология? // Журнал высшей нервной деятельности. — 2021. — №2. — С. 247.
12. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Том I. Механика. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, Изд-во МФТИ, 2005. — С. 148–149.
13. Тимченко А.Н. Основы биоритмологии. — Харьков: ХНУ имени В.Н. Каразина, 2012. — С. 123.
14. Чибисов С.М., Катинас Г.С., Рагульская М.В. Биоритмы и Космос: мониторинг космобиосферных связей. — Москва: Монография. — С. 14–15.
15. https://www.mathpages.com/home/kmath572/kmath572.htm

© Перфильев Михаил Сергеевич (perfmihserg18011985@mail.ru); Симакина Александра Андреевна (aleksandrasimackina@yandex.ru)