DOI 10.37882/2223-2966.2023.7-2.15

БАЗОВАЯ КОНЦЕПЦИЯ ОДНОРОДНЫХ СТРУКТУР

THE BASIC CONCEPT OF HOMOGENEOUS STRUCTURES

Z. Kardashova

Summary. Homogeneous structures have been discovered more than once and under various names — in electrical engineering they are known as iterative networks, in pure mathematics as a section of topological dynamics, in biology as cellular structures, etc.
This article raises an urgent problem in the field of ORS research. The study of homogeneous structures is considered as a relatively new and emerging interdisciplinary field of scientific thought, penetrating into almost all spheres of science and technology.
The paper discusses the basic concepts of the theory of homogeneous structures (media), methods and examples of determining the relationships between elements of homogeneous structures using templates and neighborhood indexes.

Keywords: homogeneous environment, computing system, basic concept, neighborhood pattern, unit automaton, configuration.

Кардашова Земфира Рашидовна
Аспирант, Дагестанский государственный технический университет
zeminda@yandex.ru

Аннотация. Однородные структуры открывались не один раз и под различными названиями — в электротехнике они известны как итеративные сети, в чистой математике как раздел топологической динамики, в биологии как клеточные структуры и т.д.
В данной статье поднимается актуальная проблема в области исследования ОРС. Исследование однородных структур рассматривается как относительно новое и формирующееся междисциплинарное направление научной мысли, проникающее в, практически, все сферы науки и техники.
В работе рассмотрены базовые понятия теории однородных структур (сред), способы и примеры определения связей между элементами однородных структур с помощью шаблонов и индексов соседства.

Ключевые слова: однородная среда, вычислительная система, базовая концепция, шаблон соседства, единичный автомат, конфигурация.

Появление понятия об однородных структурах (ОС) связывают с именем Джона фон Неймана [1], когда С. Улама предложил получить реалистическую и хорошо формализуемую модель, необходимую ему для исследования проблемы роста кристаллов и других развивающихся по рекуррентным правилам дискретных систем. Сам фон Нейман ограничился применением однородных структур для биологического моделирования, а А. Черч применил их для моделирования бесконечных абстрактных автоматов и работ по математической логике.

Прообразом современных вычислительных ОС-моделей стали клеточные вычислительные пространства, предложенные Конрадом Цузе [2] в рамках соображений по структуре команд ЭВМ и параллельному программированию.

Таким образом, в течение 20-го века целые группы исследователей обращались к проблематике однородных структур в рамках, необходимых для их предметной области, зачастую даже не осознавая, что уже ведут разработку ранее использовавшихся в других областях методов. В связи с этим, получена разветвлённая классификация самих однородных структур, приведённая на рисунке 1, по методам исследования, областям их применения и особенностям свойств.

Обобщением этого междисциплинарного опыта стала современная теория однородных структур, основные понятия и методы исследований которой изложены ниже в данной работе.

Однородные структуры (ОС) — высоко формализованные модели неких абстрактных Вселенных, развивающихся по простым локальным и всюду одинаковым правилам взаимодействия составляющих их простых идентичных элементов. Однородные структуры, по сути, являются аналогом физического поля, особенно в контексте того, как оно определяется в квантовой механике, что навело, в своё время, Конрада Цузе на мысль, что вся Вселенная и есть однородная среда, состоящая из конечных автоматов. Поэтому, наоборот, к каждой однородной структуре применяется понятие Вселенной.

Развитие такой структуры / Вселенной происходит в дискретной временной шкале (t=0,1,2,...) согласно конечному набору инструкций изменения состояний её элементов в каждый t-момент времени как функция состояний самого элемента и конечного числа его ближайших соседей в предыдущий (t−1)-момент времени. [3]

Целочисленный параметр d называется размерностью однородной структуры и делит их классификацию на принципиально разные классы: одномерные структуры и структуры высших размерностей. Смысл этого параметра становится хорошо понятным, если обратиться к схеме, изображённой на рисунке 5.

Классическая d-мерная однородная структура определяется кортежем (упорядоченным набором) из четырёх компонент:

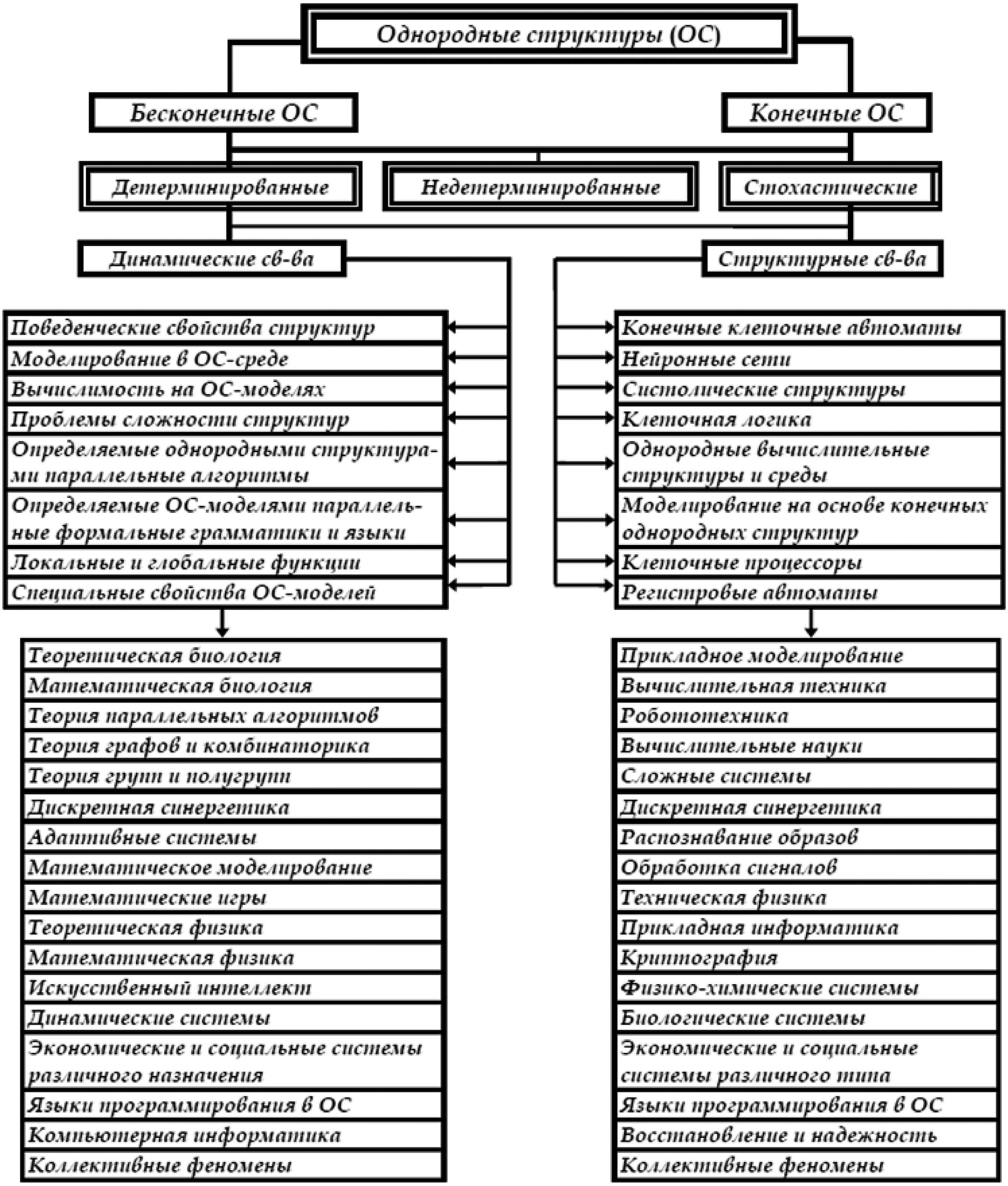


Рис. 1. Архитектура теории классических однородных структур и её приложений [3]

$$d\text{–ОС} = <Z^d, A, \tau^{(n)}, X> \tag{1}$$

где $A = \{0,1,2,\ldots,a\text{–}1\}$ — алфавит внутренних состояний единичного автомата структуры, включающий состояние покоя «0» и ещё a–1 состояние;

Z^d — множество всех d-мерных кортежей — целочисленных координат точек в евклидовом E^d пространстве, определяющих пространственное положение единичных автоматов структуры;

X — шаблон соседства структуры представляет собой упорядоченный кортеж n элементов из Z^d (см. рисунок 3), который служит для определения автоматов-соседей любого единичного автомата структуры, т.е. тех её автоматов, с которыми данный единичный автомат непосредственно связан информационными каналами.

$\tau^{(n)}$ — глобальная функция перехода структуры, переводящая её текущую конфигурацию, определяемую состоянием всех входящих в неё автоматов, в последующую. По сути, любая однородная структура берёт одно слово (конфигурацию) с из словарного запаса *C*(*A*,*d*) и, посредством алгоритма, реализующего $\tau^{(n)}$, переводит его в другое слово (конфигурацию) $c\tau^{(n)}$, тоже входящее в данный словарный запас *C*(*A*,*d*). Таким образом, глобальная функция перехода должна быть определена на всём пространстве словарного запаса (пространства состояний) однородной структуры.

Приведённые тут компоненты, определяющие однородную структуру, будет удобнее пояснить на примере хорошо известных автоматов.

В качестве единичного автомата будем использовать хорошо известный конечный автомат Мура с алфавитом внутренних состояний *A*, выходной сигнал y которого в момент времени *t* однозначно определяется и ассоциируется с его внутренним состоянием S_t в этот момент времени, а само состояние S_t есть функция $F(x_1, ..., x_n, t{-}1)$ входных сигналов в предыдущий момент времени *t*–1.

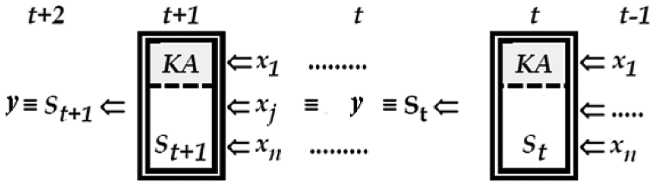


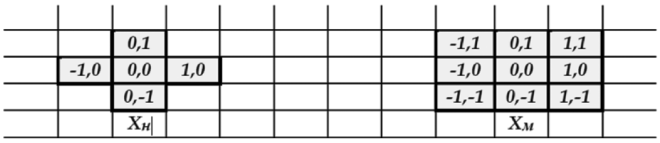
Рис. 2. Схема взаимодействия связанных автоматов Мура [3]

Сами входные x_j и выходные y сигналы, как состояния автоматов S_t выражаются символами алфавита *A*. (В простейшем случае это могут быть «0» и «1».)

В пространстве Z^2 (на плоскости) зададим однородную структуру размерности *d* = 2 с помощью одного из шаблонов соседства:

— шаблона Неймана: X_N = {(0, 0); (0, 1); (1, 0); (0, –1); (–1, 0)}; [1]

— или шаблона Мура: $X_м = \{(i, j)\}, i, j \in \{0,1,-1\}$. [2]



а) шаблон Неймана; б) шаблон Мура

Рис. 3 Шаблоны соседства для автоматов в двумерной однородной структуре [3]

Базовыми шаблонами для них являются более простые конструкции:

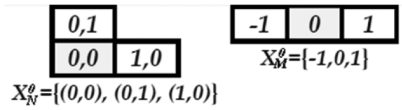


Рис. 4. Базовые шаблоны соседства по Нейману и Муру [3]

При увеличении размерности однородной структуры (*d* = 3,4,…) шаблон принимает вид:

$$X=\underbrace{\{(\underbrace{0,0, \ldots\ldots, 0}_{d}),(\underbrace{1,0,0, \ldots, 0}_{d}),(\underbrace{0,1,0, \ldots, 0}_{d}), \ldots\ldots, (\underbrace{0,0, \ldots, 0,1}_{d})\}}_{d+1}$$

Рис. 5. Шаблоны соседства по Нейману для однородных сред высших размерностей [3]

Наличие в шаблоне соседства кортежа 0^d определяет положение и наличие центрального автомата всей однородной структуры, в связи с чем, можно выделить шаблоны связные и несвязные.

Связный шаблон характеризуется близостью топологических связей, как, например, у шаблонов на рисунке 3.

Несвязный шаблон этой чертой не обладает, вплоть до того, что некоторые элементы однородной структуры могут оказаться изолированными, как, например, у шаблона на рисунке 6.

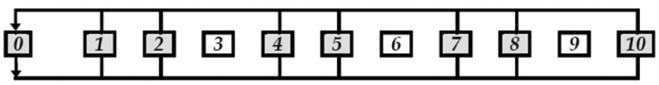


Рис. 6. Однородная структура с несвязным шаблоном соседства *X* = {0,1,2,4,5,7,8,10} [3]

Рассмотренные выше шаблоны соседства *X*, а также введённые выше алфавит *A* и топологическое множество размещения автоматов Z^d, задают постоянные свойства однородной среды. В динамическом же смысле, однородная структура в момент времени *t* обладает конфигурацией $c \in C(A, d)$, которая представляет собой совокупность состояний всех единичных автоматов, входящих в данную однородную структуру. Множество конфигураций *C*(*A, d*) неоднородно и в процессе функционирования однородной среды может меняться по причине наличия состояния покоя у единичных автоматов.

Конфигурация называется конечной, если в данный момент времени *t* однородная среда, независимо от её размерности, содержит конечное число единичных автоматов в активном состоянии. Множество таких конфигураций обозначим как *C*(*A*,*d*,ø), а конфигурацию, принадлежащую этому множеству запишем через состояния автоматов $(c_1,...,c_k) \in A$: $c = \infty c_1 c_2 c_3 \ldots ck\infty$.

Конфигурация называется бесконечной, если в данный момент времени *t* однородная среда, независимо от её размерности, содержит бесконечное число единичных автоматов в активном состоянии. Множество таких конфигураций обозначим как $C(A,d,\infty)$, а конфигурацию, принадлежащую этому множеству запишем через состояния автоматов $(c_1,...,c_k) \in A$: $c = \infty c_1 c_2 c_3$ ... $ck\infty$.

Ни одна конфигурация однородной среды не может одновременно входить в эти два множества, то есть, принадлежит или только $C(A,d,ø)$, или только $C(A,d,\infty)$. Очевидно, что при этом выполняется:

а) $C(A,d,ø) \cup C(A,d,\infty) = C(A,d)$;

б) $C(A,d,ø) \cap C(A,d,\infty) = Ø$,

где Ø — пустое множество.

Так же, наряду с конфигурацией всего размещения автоматов Z^d, вводится конфигурация $c_b \in C(A,d,B)$ конечного d-мерного гиперкуба или блока, входящего в пространство $b \subset Z^d$.

Для одномерных $d = 1$ конфигураций приняты обозначения:

$C(A)$ — множество всевозможных одномерных конфигураций;

$C(A,ø)$ — множество конечных одномерных конфигураций;

$C(A,B)$ — множество блочных одномерных конфигураций;

$C(A,\infty)$ — множество бесконечных одномерных конфигураций.

Локальные и глобальные функции перехода

Состояние каждого единичного автомата в момент времени t, входящего в однородную структуру, определяется локальной функцией перехода $\sigma^{(n)}$.

Пусть в самом простейшем одномерном ($d = 1$) случае алфавит единичного автомата $A = \{0,1,2,3\}$, а шаблон соседства $X = \{0,1,2,3\}$ задаёт связи с четырьмя автоматами с идентичным алфавитом. Тогда функция перехода $\sigma^{(4)}(2,1,0,3) = 1$, при попадании на соответствующие входы автомата комбинации символов (2,1,0,3), в момент времени t, переведёт автомат в состояние «1», что отобразится символом «1» на его выходе в момент времени $t + 1$. Здесь стоит обратить внимание на рисунок 2, где представлена динамика переключений автомата Мура.

Локальная функция перехода $\sigma^{(n)}$ может быть задана как таблично, что довольно удобно для ограниченного набора правил формирования состояния и недлинного алфавита символов, так и формульно, что удобно при непрерывных вычислениях.

Если локальная функция перехода одного автомата определяется параллельной подстановкой вида

$$x_1x_2x_3 \ldots x_k \ldots x_n => xk^* = b$$

такой, что автомат переводится ей в состояние $xk^* = b$, а локальная функция перехода второго автомата определяется параллельной подстановкой вида

$$x_1x_2x_3 \ldots x_j \ldots x_n => x_j^* = b$$

где $k \neq j$, такой, что автомат переводится ей в состояние $x_j^* = b$, то две однородные структуры размерности $d = 1$, составленные из таких автоматов, называются эквивалентными. То же справедливо и для более высоких размерностей.

Если для данного шаблона соседства $X = \{x_1, x_2,..., x_n\}$ подставить известную локальную функцию перехода $\sigma^{(n)}$ во все входящие в данную структуру единичные автоматы, то получим глобальную функцию перехода $\tau^{(n)}$, переводящую состояние автомата $c \in C(A,d)$ в другое слово (конфигурацию) $c\tau^{(n)} \in C(A,d)$, тоже входящее в данный словарный запас (множество конфигураций) $C(A,d)$.

Пусть состояние единичного автомата с координатой $z \in Z^d$ обозначается как $s[z]$, тогда глобальная функция перехода формально может быть определена как:

$$c\tau^{(n)} = c^* \leftrightarrow (\forall z \in Z^d)(s^*[z] = \sigma^{(n)}(s[z + x_1], s[z + x_2], ..., s[z + x_n])) \quad (1)$$

Существующее однозначное соответствие между σ(n) и $\tau^{(n)}$ принято называть (1–1)-соответствие.

Пусть в самом простейшем одномерном ($d = 1$) случае алфавит единичного автомата $A = \{0,1,2,3,4\}$, а шаблон соседства $X = \{0,1,2,3\}$ задаёт связи с четырьмя автоматами с идентичным алфавитом.

Локальную функцию перехода определим таблицей выражений:

$\sigma^{(4)}(2,1,0,3) = 2$,
$\sigma^{(4)}(1,1,0,1) = 4$,
$\sigma^{(4)}(1,0,1,0) = 3$,
$\sigma^{(4)}(0,1,0,2) = 2$,
$\sigma^{(4)}(0,2,3,2) = 1$,
$\sigma^{(4)}(2,3,2,2) = 3$,
$\sigma^{(4)}(3,2,2,1) = 2$,
$\sigma^{(4)}(2,2,1,3) = 2$,
$\sigma^{(4)}(2,1,3,3) = 4$…

Если читать верхнюю «ленту» рисунка слева направо по четыре символа со смещением на 1 символ вправо после каждого прочитанного слова, то легко заметить, что:

— при попадании на соответствующие входы 1-го автомата комбинации символов (1,1,0,1), в момент времени t, переведёт автомат в состояние «4», что отобразится символом «4» на его выходе в момент времени $t + 1$;

— при попадании на соответствующие входы 2-го автомата комбинации символов (1,0,1,0), в момент времени *t*, переведёт автомат в состояние «3», что отобразится символом «3» на его выходе в момент времени *t* + 1;

— при попадании на соответствующие входы 3-го автомата комбинации символов (0,1,0,2), в момент времени *t*, переведёт автомат в состояние «2», что отобразится символом «2» на его выходе в момент времени *t* + 1;

— при попадании на соответствующие входы 4-го автомата комбинации символов (1,0,2,3), в момент времени *t*, переведёт автомат в состояние «2», что отобразится символом «2» на его выходе в момент времени *t* + 1, и т.д.

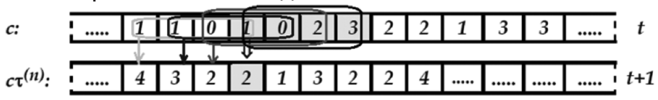


Рис. 7. Результат действия глобальной функции перехода [3]

ЛИТЕРАТУРА

1. Von Neumann J. Theory of Self-Reproducing Automata / Ed. A.W. Burks. — Urbana: University of Illinois Press, 1966, 324 p.
2. Zuse K. Rechnender Raum. — Braunschweig: Friedrich Vieweg & Sohn, 1969, 115 p. [English translation: Calculating Space, MIT Technical Translation AZT-70-164-GEMIT, MIT (Proj. MAC), Cambridge, Mass. 02139, Feb. 1970].
3. Аладьев, В.З. Классические однородные структуры: Теория и приложения = Classical Cellular Automata: Theory and Applications: монография / В.З. Аладьев, В.К. Бойко, Е.А. Ровба. — Гродно : ГрГУ, 2008. — 486 с.
4. Параллельные системы обработки информации / Под ред. В.З. Аладьева.— Таллин: Республиканское изд-во Валгус, 1983, — 376 с.
5. Аладьев В.З. Однородные структуры: Теоретические и прикладные аспекты. — Киев: Республиканское изд-во Тэхника, 1990, — 272 с.

© Кардашова Земфира Рашидовна (zeminda@yandex.ru)
Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»