

АЛГОРИТМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ

STABILIZATION ALGORITHMS

A. Bruskov
I. Nazarov
S. Relich
G. Filyaev
A. Eremin

Summary. In this article we will discuss different regulators, common principles of their work and customization analysis. As example, I will use simple automatic feedback system of regulating shown on picture 1. On this picture block R is called regulator, P — object of regulating (eng. process), r — controlling effect or installation, e — signal of mismatch or error, u — regulator output value, y — regulated value.

Keywords: optimal control, discrete systems, approximate control improvement methods, PID controller, error, linear-quadratic controller, Kalman filter, tuning algorithms, simulation, quadcopter.

Брусков Артем Алексеевич

Мытищинский филиал Московского государственного
 технического университета им. Н.Э. Баумана
 bruskov.art@yandex.ru

Назаров Илья Юрьевич

Мытищинский филиал Московского государственного
 технического университета им. Н.Э. Баумана
 x359o@icloud.com

Релич Стефан Тривунович

Мытищинский филиал Московского государственного
 технического университета им. Н.Э. Баумана
 s.relitch2013@yandex.ru

Филияев Григорий Алексеевич

Мытищинский филиал Московского государственного
 технического университета им. Н.Э. Баумана
 gfilyaev@yandex.ru

Еремин Алексей Витальевич

Мытищинский филиал Московского государственного
 технического университета им. Н.Э. Баумана
 erem1996@yandex.ru

Аннотация. В данной статье будут рассмотрены различные регуляторы, описаны общие принципы их работы и анализ сложности настройки. Для примера будет использована простейшая система автоматического регулирования с обратной связью, показанная на Рис. 1. В ней блок R называют регулятором, P — объектом регулирования (от слова Process), r — управляющим воздействием или установкой, e — сигналом рассогласования или ошибки, и выходной величиной регулятора, y — регулируемой величиной. А также описан механизм синтеза регуляторов и их настройки, и получения необходимых сведений для работы с регуляторами в режиме автоматической настройки что позволит в дальнейшем создать систему для автоматической настройки и даже смены настроек на ходу, а также для и перестройки на ходу большого числа мультироторных систем.

Ключевые слова: оптимальное управление, дискретные системы, приближенные методы улучшения управления, ПИД-регулятор, ошибка, линейно-квадратичный регулятор, фильтр Калмана, алгоритмы настройки, симуляция, квадрокоптер.

Введение

Простейший регулятор — пропорциональный или ПИД-регулятор — это простой усилитель с передаточной функцией $C(s) = K$. Его выход — это ошибка управления $e(t)$, умноженная на коэффициент K. С помощью ПИД-регулятора можно управлять любым устойчивым объектом, однако он дает относительно медленные переходные процессы и ненулевую статическую ошибку. Чтобы убрать статическую ошибку в установившемся режиме, в регулятор вводят интегральный канал с коэффициентом усиления K_i , так что:

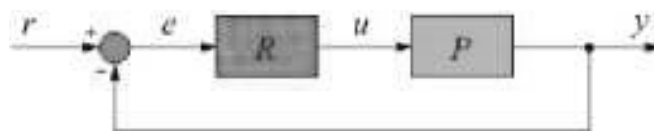


Рис. 1. Топема с обратной связью.

Figure 1. Simple control systems

$$C(s) = K + \frac{K_i}{s}, u(t) = Ke(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \quad (1)$$

Такой регулятор называется пропорционально-интегральным или ПИД-регулятором. Интегратор выдает сигнал, пропорциональный накопленной ошибке, поэтому

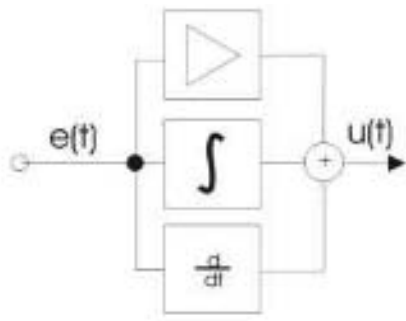


Рис. 2. Упрощенная схема PID-регулятора

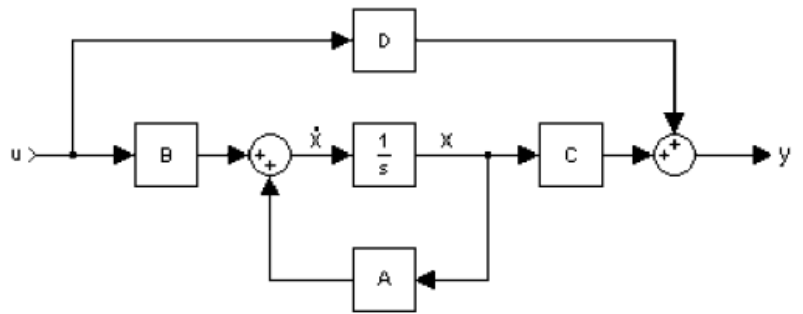


Рис. 3. Структурная схема непрерывной линейной системы, описанной в виде переменных состояния

переходный процесс несколько замедляется. Однако за счет интегрального канала обеспечивается нулевая ошибка в установившемся состоянии при ступенчатом возмущении и ступенчатом изменении задающего сигнала-установки. Для ускорения переходных процессов добавляют дифференциальный канал с коэффициентом усиления K_d :

$$C(s) = K + \frac{K_i}{s} + K_d s, u(t) = Ke(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2)$$

Такой регулятор называется ПИД-регулятором (пропорционально — интегрально — дифференциальный). Регуляторы этого типа очень хорошо зарекомендовали себя в практических задачах. Также они встречаются в огромном количестве разнообразных статей и литературы, например [1–3].

Управление по производной — это быстрый способ управления. Сигнал дифференциального канала наиболее важен при изменениях входов и исчезает в установившемся режиме. Он позволяет реагировать не на само увеличение ошибки, а на тенденцию ее изменения, и принять «превентивные меры». Главный недостаток дифференциального канала — большое влияние высокочастотных помех, например, шумов измерений. Для того, чтобы сделать регулятор физически реализуемым, вместо чистого дифференцирования используют инерционное дифференцирующее звено:

$$\tilde{N}(s) = K + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{T_d s + 1} \quad (3)$$

где T_d — малая постоянная времени. Чем меньше T_d , тем в большем частотном диапазоне выполняется точное дифференцирование, но сильнее влияют высокочастотные помехи. Для устойчивого объекта можно выбрать коэффициенты регулятора опытным путем, только

выполняя эксперименты с реальным объектом. Процесс настройки получается интеграционным, следовательно, автоматическая настройка требует создания системы машинного обучения.

Линейно-квадратичный регулятор

Линейно-квадратичный регулятор (ЛКР) основан на методе пространства состояний. В пространстве состояний создается модель динамической системы, включающая набор переменных входа, выхода и состояния, связанных между собой дифференциальными уравнениями первого порядка, которые записываются в матричной форме [8]. В отличие от описания в виде передаточной функции и других методов частотной области, пространство состояний позволяет работать не только с линейными системами и нулевыми начальными условиями.

Для случая линейной системы с r входами, q выходами и n переменными состояниями описание имеет вид:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \quad (4)$$

где $x(\cdot)$ — вектор состояния, элементы которого называются состояниями системы, $y(\cdot)$ — вектор выхода, $u(\cdot)$ — вектор управления, $A(\cdot)$ — матрица системы, $B(\cdot)$ — матрица управления, $C(\cdot)$ — матрица выхода, $D(\cdot)$ — матрица прямой связи.

Алгоритм ЛКР уменьшает объем работы для оптимизации управления [6]. Тем не менее, по-прежнему необходимо вручную задавать параметры функции веса, и сравнивать полученные результаты с необходимым результатом. Это означает, что создание системы управления будет представлять собой итеративный процесс, в котором первоначальная настройка осуществляется

с помощью моделирования, а затем проводится подстройка для получения более точного соответствия. Для дискретной системы, описанной как (5) и P_k находится из предыдущих относительно времени решений матричного дифференциального уравнения Риккати. (6) для граничных условий $P_N = Q$. Важно отметить, что u_N

неопределенно, но что конечно состояние $x - x$ из $Ax_{N-1} + Bu_{N-1}$.

Алгоритм ЛКР, по существу, является автоматизированным способом нахождения соответствующего контроллера для пространства состояний с обратной

$$F_k = (R + B^T P_k B)^{-1} (B^T P_k A + N^T) \quad (5)$$

$$P_{k-1} = A^T P_k A - (A^T P_k B + N)(R + B^T P_k B)^{-1} (B^T P_k A + N^T) + Q \quad (6)$$

$$\ddot{x} = -\frac{S_{\theta} C_{\phi}}{m} u_1, \ddot{y} = \frac{S_{\phi}}{m} u_1, \ddot{z} = -\frac{C_{\theta} C_{\phi}}{m} u_1 + g \quad (7)$$

$$\ddot{x} = \ddot{x}_0 - \frac{S_{\theta_0} C_{\phi_0}}{m} (u_1 - u_{1_0}) - \frac{C_{\theta_0} C_{\phi_0}}{m} u_{1_0} (\theta - \theta_0) + \frac{S_{\theta_0} S_{\phi_0}}{m} u_{1_0} (\phi - \phi_0) \quad (8)$$

$$\ddot{y} = \ddot{y}_0 + \frac{S_{\phi_0}}{m} (u_1 - u_{1_0}) + \frac{C_{\phi_0}}{m} u_{1_0} (\phi - \phi_0) \quad (9)$$

$$\ddot{z} = \ddot{z}_0 - \frac{C_{\theta_0} C_{\phi_0}}{m} (u_1 - u_{1_0}) - \frac{S_{\theta_0} C_{\phi_0}}{m} u_{1_0} (\theta - \theta_0) + \frac{C_{\theta_0} S_{\phi_0}}{m} u_{1_0} (\phi - \phi_0) \quad (10)$$

$$x^{(4)} = \frac{S_{\theta_0} C_{\phi_0}}{m} \ddot{u}_1 - \frac{C_{\theta_0} C_{\phi_0}}{m} u_{1_0} \ddot{\theta} + \frac{S_{\theta_0} S_{\phi_0}}{m} u_{1_0} \ddot{\phi} \quad (11)$$

$$y^{(4)} = \frac{S_{\phi_0}}{m} \ddot{u}_1 + \frac{C_{\phi_0}}{m} u_{1_0} \ddot{\phi} \quad (12)$$

$$z^{(4)} = \frac{\tilde{N}_{\theta_0} \tilde{N}_{\phi_0}}{m} \ddot{u}_1 - \frac{S_{\theta_0} C_{\phi_0}}{m} u_{1_0} \ddot{\theta} + \frac{C_{\theta_0} S_{\phi_0}}{m} u_{1_0} \ddot{\phi} \quad (13)$$

$$\ddot{\phi} = -\dot{\psi} \dot{\theta} * C_{\phi} + \frac{C_{\psi}}{I_{xx}} u_2 - \frac{S_{\psi}}{I_{yy}} u_3 + \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} (\dot{\psi} - \dot{\theta} * S_{\phi}) \dot{\theta} * C_{\phi} \quad (14)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\dot{\psi} \dot{\phi}}{C_{\phi}} + \dot{\phi} \dot{\theta} * t_{\phi} + \frac{S_{\psi}}{C_{\phi} I_{xx}} u_2 + \frac{C_{\psi}}{C_{\phi} I_{yy}} u_3 - \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} (\dot{\psi} - \dot{\theta} * S_{\phi}) \frac{\dot{\phi}}{C_{\phi}} \quad (15)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\psi} * t_{\phi} + \frac{\dot{\phi} \dot{\theta}}{C_{\phi}} + \frac{S_{\psi} t_{\phi}}{I_{xx}} u_2 + \frac{C_{\psi} t_{\phi}}{I_{yy}} u_3 + \frac{1}{I_{zz}} u_4 - \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} (\dot{\psi} - \dot{\theta} * S_{\phi}) \dot{\phi} * t_{\phi} \quad (16)$$

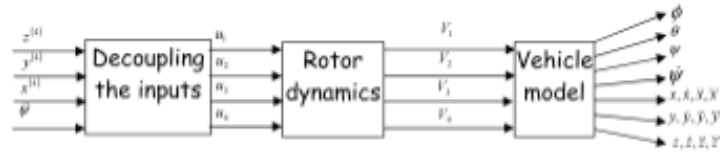


Рис. 4. Схема управления

связью. Поиск правильных весовых коэффициентов ограничивает применение регулятора [5].

1. Программная симуляция

Сейчас основная задача состоит в том, чтобы привести входные переменные к удобному виду. Поскольку управляемыми величинами являются x, y, z, ϕ необходимо получить линеаризованные соотношения между производными $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}$ [4] (7)

Если взять двойную производную от уравнений (2), получатся следующие формулы: (8), (9), (10), (11), (12), (13).

Уравнение (3) связывают между собой входные переменные u_1, u_2, u_3, u_4 управляемые переменные x, y, z, ψ .

Потребуется следующие соотношения: (14), (15), (16).

Линеаризация уравнений (4) по $\phi_0, \psi_0, u_{2_0} = u_{3_0} = u_{4_0} = 0$ даёт

$$\ddot{\phi} = \frac{C_{\psi_0}}{I_{xx}} u_2 - \frac{S_{\psi_0}}{I_{yy}} u_3 \tag{17}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{S_{\psi_0}}{C_{\phi_0} I_{xx}} u_2 + \frac{C_{\psi_0}}{C_{\phi_0} I_{yy}} u_3 \tag{18}$$

$$\ddot{\psi} = \frac{S_{\psi_0} t_{\phi_0}}{I_{xx}} u_2 + \frac{C_{\psi_0} t_{\phi_0}}{I_{yy}} u_3 + \frac{1}{I_{zz}} u_4 \tag{19}$$

Объединение двух наборов уравнений (4) и (5) позволяет вывести отношение между u_1, u_2, u_3, u_4 и x, y, z, ψ (20) и (21).

Эти отношения были получены путём линеаризации относительно условий

$$\phi_0, \theta_0, \psi_0 \tag{22}$$

$$\dot{\phi}_0 = \dot{\theta}_0 = \dot{\psi}_0 = 0 \tag{23}$$

$$u_{1_0} = \frac{m(g - \ddot{z}_0)}{C_{\theta_0} C_{\phi_0}}, u_{2_0} = u_{3_0} = u_{4_0} = 0 \tag{24}$$

Нахождение $\phi_0; \theta_0; \psi_0; z_0$ на каждом шаге достаточно, чтобы преобразовать u_1, u_2, u_3, u_4 в производные $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$.

$$\begin{bmatrix} z^{(4)} \\ y^{(4)} \\ x^{(4)} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = T * \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$T = \begin{bmatrix} -\frac{C_{\theta_0} C_{\phi_0}}{m} & \frac{u_{1_0}}{m I_{xx}} (S_{\theta_0} C_{\phi_0} S_{\psi_0} + C_{\theta_0} S_{\phi_0} C_{\psi_0}) & \frac{u_{1_0}}{m I_{yy}} (S_{\theta_0} C_{\phi_0} S_{\psi_0} - C_{\theta_0} S_{\phi_0} C_{\psi_0}) & 0 \\ \frac{S_{\phi_0}}{m} & \frac{C_{\phi_0} u_{1_0}}{m I_{xx}} & -\frac{C_{\phi_0} u_{1_0}}{m I_{yy}} & 0 \\ -\frac{S_{\theta_0} C_{\phi_0}}{m} & \frac{u_{1_0}}{m I_{xx}} (S_{\theta_0} S_{\phi_0} C_{\psi_0} - \frac{C_{\theta_0} C_{\phi_0} S_{\psi_0}}{C_{\phi_0}}) & -\frac{u_{1_0}}{m I_{yy}} (\frac{C_{\theta_0} C_{\phi_0} C_{\psi_0}}{C_{\phi_0}} + S_{\theta_0} S_{\phi_0} S_{\psi_0}) & 0 \\ 0 & \frac{S_{\psi_0} t_{\phi_0}}{I_{xx}} & \frac{C_{\psi_0} t_{\phi_0}}{I_{yy}} & \frac{1}{I_{xx}} \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} U$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X$$

Последние четыре переменные объявляются входными для системы [3].

2. ПИД-регулятор

Следующие формулы предоставляют вектор состояний и входной вектор:

$$X = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z} \ \ddot{\psi} \ \dot{\psi}]^T \quad (25)$$

$$U = [z^{(4)} \ y^{(4)} \ x^{(4)} \ \ddot{\psi}]^T \quad (26)$$

Все переменные состояния должны быть направлены в цепь обратной связи для получения стабильной системы. Даже если сенсоры не могут измерить $\ddot{x}\ddot{y}\ddot{z}$ их оценку всегда можно получить с помощью фильтра Калмана

Система, для которой строятся коэффициенты выглядит следующим образом [7] (см. формулу сверху страницы).

Для подбора коэффициентов можно использовать метод корневого годографа, что, в принципе, позволит автоматизировать процесс подбора коэффициентов. Корневой годограф — в теории управления траектория, описываемая на комплексной плоскости полюсами передаточной функции динамической системы при изменении одного из её параметров. Обычно изменяемым параметром является коэффициент усиления системы [10].

Результаты представлены в Таблице 1.

Система, созданная на основе этих коэффициентов, показывает следующие характеристики (рис. 5).

Таблица 1 — Коэффициенты усиления ПИД-регулятора

Обратная связь	x	y	z
x	10		
y	25		
z	24.07		
x	8.07		
y		10	
z		25	
x		24.07	
y		8.07	
z			10
x			25
y..			24.07
z			8.07

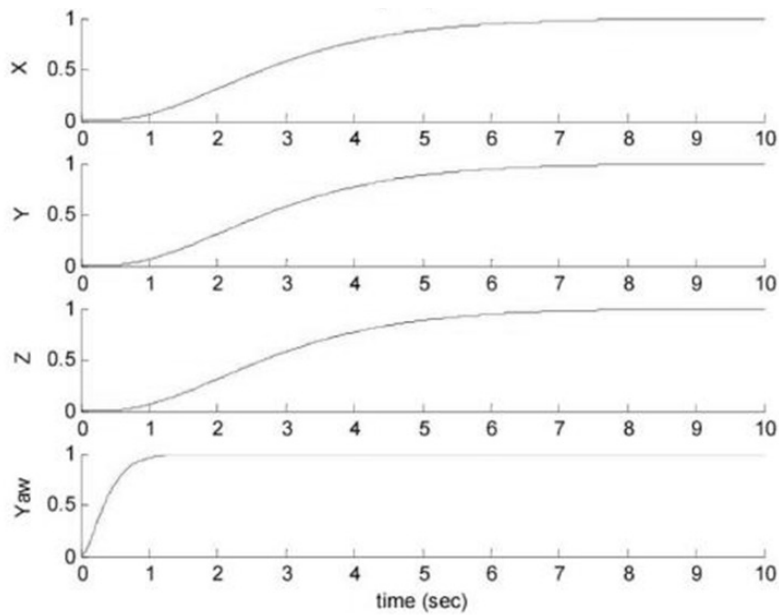


Рис. 5. Результаты для ПИД-регулятора

3. Линейно-квадратичный регулятор

Для составления ЛКР будет удобнее задать новую систему из вектора состояний и вектора входных воздействий

$$X = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \phi \ \theta \ \psi \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \quad (27)$$

$$U = [u1 \ u2 \ u3 \ u4]^T \quad (28)$$

Данный контроллер стремится минимизировать функцию (26), используя контроллер с обратной связью. Матрицы Q и R — матрицы весов, обычно диагональные. Коэффициенты Q ограничивают амплитуду переменных состояния, коэффициенты ограничивают амплитуду

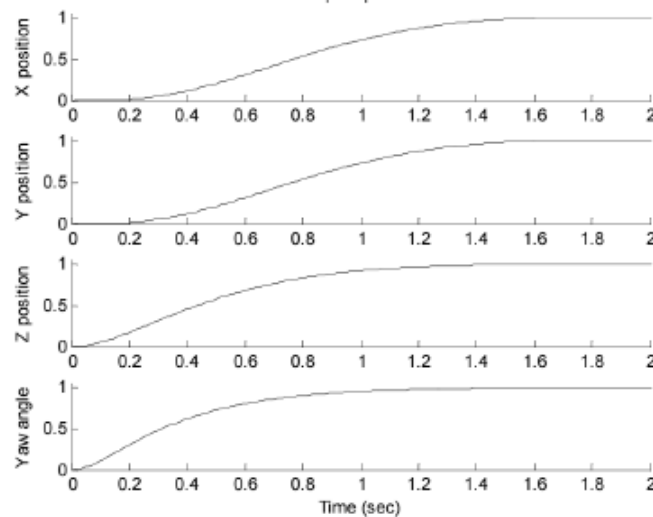


Рис. 6. Результаты для ЛКР

входных переменных. Были выбраны следующие матрицы [2]

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Коэффициенты в матрице Q не равны единице только для управляемых переменных x, y, z. Основной идеей является максимально быстрая стабилизация в пространстве. Другими словами, основная цель минимизировать b²-норму x, y, z, φ. Умножая соответствующие коэффициенты на 10 делает функцию стоимости более зависимой от них. С такими матрицами контроллер минимизирует b²-норму x, y, z, φ без сильного воздействия на остальные переменные [1].

Как видно из графиков рисунка 6, переход для ЛКР осуществляется плавнее. Но вопрос подбора матриц всё ещё остаётся открытым [9].

Заключение

Данная статья имеет большое значение для понимания принципов работы квадрокоптера, синтеза регуляторов и их настройки. Также в статье были получены необходимые сведения для работы с регуляторами в режиме автоматической настройки, что позволит в дальнейшем создать систему для автоматической настройки и даже смены настроек на ходу. Результаты этой работы планируются к использованию для создания собственного программно-аппаратного комплекса для одновременной автоматической настройки и перестройки на ходу большого числа мультироторных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bouabdallah S., Noth A., Siegwan R. PID vs LQ Control Techniques Applied to a Weight augmentation High energy consumption Indoor Micro Quadrotor.
2. Ballas C. Modelling and linear control of quadrotor. — Cranfield 2007.
3. Поляков К. Ю. Теория автоматического управления для "чайников". — Санкт-Петербург, 2008.

4. Математика на пальцах: линейно-квадратичный регулятор.
5. Alderete T. S. "Simulator aero model implementation" NASA Ames Research Center, Moffett Field, California. P. 21. Режим доступа:
6. <http://www.aviationsystemsdivision.arc.nasa.gov/publications/hitl/rtsim/Toms.pdf> (дата обращения 01.09.2018)
7. Luukkonen T. Modelling and control of quadcopter. School of Science, Espoo, August 22, 2011. P. 26. Режим доступа: http://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluu11_public.pdf (дата обращения 03.09.2014).
8. Castillo P., Lozano R., Dzul A. Stabilisation of a mini rotorcraft with four rotors // IEEE ControlSystemsMagazine. — 2005.
9. G. V. Raffo M. G. O., Rubio F. R. An integral predictive/nonlinear H^∞ control structure for a quadrotor helicopter // Automatica. — 2010. — Т. 46. — С. 29—
10. Brogan W. L. Modern Control Theory. — Toronto, 1991.
11. Bouabdallah S. Murrieri P., Siegwart R. Towards autonomous indoor micro VTOL // AutonomousRobots. — Freiburg, 2005. Режим доступа: <http://ais.informatik.uni-freiburg.de/publications/papers/grzonka09icra.pdf> (дата обращения 03.09.2018)

© Брусков Артем Алексеевич (bruskov.art@yandex.ru), Назаров Илья Юрьевич (x359o@icloud.com),
Релич Стефан Тривунович (s.relich2013@yandex.ru), Филяев Григорий Алексеевич (gfilyaev@yandex.ru),
Еремин Алексей Витальевич (erem1996@yandex.ru).
Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»



Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана